

DOI: <https://doi.org/10.32735/S2810-7187202400023785>

## CONFIGURACIONES COGNITIVAS DESARROLLAS POR ESTUDIANTES DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES DE $2x2$ EN TIEMPOS DE PANDEMIA

COGNITIVE CONFIGURATIONS DEVELOPED BY STUDENTS OF THE SYSTEM OF  
EQUATIONS  $2x2$  IN TIME OF PANDEMIC

CONFIGURAÇÕES COGNITIVAS DESENVOLVIDAS POR ESTUDANTES DE SISTEMAS  
DE EQUAÇÕES  $2x2$  EM TEMPOS DE PANDEMIA

**Paulina Águila Águila<sup>1</sup> • Daniela Araya Bastias<sup>2</sup> • Camila Bonet Dous-  
sang<sup>3</sup> • Nicolás Sánchez Acevedo<sup>4</sup>**

Recibido: Dic/27/2023 • Aceptado: Jun/26/2024 • Publicado: Dic/01/2024

### RESUMEN

En el 2020, se inició una pandemia a nivel mundial provocada por el COVID-19, que implicó la necesidad de realizar un cambio en la modalidad de enseñanza en la educación escolar primaria y secundaria. Con esto surge el interés de investigar el proceso de aprendizaje del objeto matemático específico: sistemas de ecuaciones lineales  $2x2$ . En este estudio, se propone un cuestionario que se realizó a estudiantes de IV° medio de un colegio en la comuna de Lampa, de la ciudad de Santiago, Chile. Estos alumnos estudiaron dicho objeto matemático durante la pandemia de manera online. Para llevar a cabo esta investigación, se utilizó como marco teórico el Enfoque OntoSemiótico (EOS), que permitió analizar de manera detallada los objetos matemáticos primarios de las respuestas de los estudiantes. La metodología

---

<sup>1</sup> Universidad Central de Chile, Chile; Facultad de Educación; [paulina.aguila@alumnos.ucestral.cl](mailto:paulina.aguila@alumnos.ucestral.cl);  
<https://orcid.org/0009-0005-8490-2670>

<sup>2</sup> Universidad Central de Chile, Chile; Facultad de Educación; [daniela.araya@ucestral.cl](mailto:daniela.araya@ucestral.cl);  
<https://orcid.org/0000-0002-3395-3348>

<sup>3</sup> Universidad Central de Chile, Chile; Facultad de Educación; [camila.bonet@alumnos.ucestral.cl](mailto:camila.bonet@alumnos.ucestral.cl);  
<https://orcid.org/0009-0007-0887-8124>

<sup>4</sup> Universidad Central de Chile, Chile; Facultad de Educación; [nicolas.sanchez@ucestral.cl](mailto:nicolas.sanchez@ucestral.cl);  
<https://orcid.org/0000-0002-0665-6102>

utilizada es cualitativa, con un diseño metodológico descriptivo, pues se describieron las respuestas comparando la Configuración Epistémica del cuestionario, lo que permitió categorizar las respuestas por medio de las Configuraciones Cognitivas dadas por el marco teórico. El estudio concluye que hay disparidad entre ambas configuraciones y que ésta puede deberse a la modalidad de enseñanza virtual utilizada en la pandemia.

*Palabras clave:* Sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ ; configuraciones cognitivas; configuraciones epistémicas; EOS.

### ABSTRACT

In 2020, a global pandemic caused by COVID-19 began, which implied the need to make a change in the teaching modality in primary and secondary school education. With this, the interest arises in investigating the learning process of a specific mathematical object: systems of  $2 \times 2$  linear equations. In this study, a questionnaire is proposed that was administered to 4th grade students from a school in the commune of Lampa, in the city of Santiago, Chile. These students studied this mathematical object during the pandemic online. To carry out this research, the OntoSemiotic Approach (OSA) was used as a theoretical framework, which allowed for a detailed analysis of the primary mathematical objects of the students' responses. The methodology used is qualitative, with a descriptive methodological design, since the responses were described by comparing the Epistemic Configuration of the questionnaire, which allowed the responses to be categorized through the Cognitive Configurations given by the theoretical framework. The study concludes that there is a disparity between both configurations and that this may be due to the virtual teaching modality used in the pandemic.

*Keywords:* System of  $2 \times 2$  linear equations; cognitive configurations; epistemic configurations; OSA.

### RESUMO

Em 2020, iniciou-se uma pandemia global provocada pela COVID-19, que implicou a necessidade de mudança na modalidade de ensino no ensino básico e secundário. Com isso, surge o interesse em investigar o processo de aprendizagem de um objeto matemático específico: sistemas de equações lineares  $2 \times 2$ . Neste estudo é proposto um questionário que foi aplicado a alunos da 4ª

série de uma escola da comuna de Lampa, na cidade de Santiago, Chile. Esses alunos estudaram esse objeto matemático online durante a pandemia. Para a realização desta pesquisa, utilizou-se como referencial teórico a Abordagem OntoSemiótica (EOS), que permitiu uma análise detalhada dos objetos matemáticos primários das respostas dos alunos. A metodologia utilizada é qualitativa, com desenho metodológico descritivo, uma vez que as respostas foram descritas por meio da comparação da Configuração Epistêmica do questionário, o que permitiu categorizar as respostas por meio das Configurações Cognitivas dadas pelo referencial teórico. O estudo conclui que há disparidade entre as duas configurações e que isso pode ser devido à modalidade de ensino virtual utilizada na pandemia.

*Palavras-chave:* Sistemas de equações lineares 2x2; configurações cognitivas; configurações epistêmicas; EOS.

## **INTRODUCCIÓN**

A inicios del año escolar 2020 en Chile, se vivió una crisis sanitaria a nivel mundial provocada por el virus del COVID-19, lo que implicó que la población tuviera que realizar una cuarentena obligatoria para resguardar a las personas del contagio de esta enfermedad. Esta situación afectó considerablemente a la educación escolar, ya que se suspendieron las clases presenciales, iniciando, en muchas escuelas, una nueva modalidad de enseñanza: la educación a distancia. En este sentido, [1] (p.13) señalan que: “[...] Debido a la pandemia, se realizó un plan de contingencia de enseñanza en línea que incluyó no solo determinar los contenidos que se estudiarían en la enseñanza escolar, sino también prestar atención a los diversos tipos de interacción que son fundamentales para el proceso de aprendizaje [...]”. La modalidad de enseñanza remota tuvo diversas problemáticas, en las que se destacó la complicación que tuvieron los profesores al momento de realizar sus clases al interactuar con los estudiantes, pues ellos no contestaban al profesor(a), además, no podían observar los gestos y expresiones no verbales de sus estudiantes, por tanto, se desconocía si los estudiantes estaban presentes en la clase, surgiendo lo que se denominó el “Fenómeno de pantallas negras” [1].

Por su parte, el Ministerio de Educación de Chile, realizó un estudio donde reveló la existencia de tres factores que influyeron en la educación a distancia, siendo el primero la cobertura de la provisión de educación a distancia, donde menciona que:

“El 40% de los estudiantes en Chile se encuentra en establecimientos que han entregado formación a distancia de manera masiva, entendiendo en esta categoría a aquellos establecimientos que declaran que al menos un 80% de sus estudiantes se encuentra utilizando una herramienta de aprendizaje a distancia, como clases online, videoconferencias, redes sociales, correo electrónico, llamadas telefónicas, guías de trabajo, entre otros.” [2] (p.4)

El segundo factor fue el acceso que tuvieron los estudiantes a los recursos tecnológicos en la formación a distancia:

“Los resultados a nivel de dependencia administrativa indica que un 82% de estudiantes de establecimientos públicos cuenta con acceso a algún tipo de dispositivo que permita su formación a distancia, mientras que este porcentaje aumenta a un 97% en el caso de los estudiantes de establecimientos particulares pagados.” [2] (p.6)

El tercer y último factor fue la capacidad de que el estudiante aprendiera de forma autónoma, siendo un factor de mucha importancia dentro de la educación a distancia, ya que, no basta con que los establecimientos provean de recursos, como se evidencia en el factor uno y dos, además, es necesario que el estudiante pueda tener habilidades desarrolladas necesarias para que sea guía de su propio proceso de aprendizaje. [2]

#### PROBLEMÁTICAS DE LA ENSEÑANZA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES DE $2 \times 2$

La enseñanza y aprendizaje de la matemática, en general, y de sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  no estuvo ajeno a las problemáticas anteriormente señaladas. Adicionalmente, dicho tema matemático posee sus propios obstáculos y problemas de aprendizaje, por ejemplo, [3] (p.94), afirman que:

“El lenguaje cultural del álgebra suele ser un conflicto en los estudiantes, debido a la simbología al momento de expresarlo. En general, los estudiantes tienen diversas dificultades y errores en la resolución de problemas matemáticos donde implica el uso de conjuntos numéricos y es fundamental que los

alumnos tengan nociones correctas de la matemática, a fin de que puedan resolver problemas mediante situaciones cotidianas a través de planteamientos numéricos que conlleven conclusiones válidas”.

Al enfocarse en el objeto matemático, [4] destacan las dificultades cognitivas asociadas a los sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ , poniendo en alerta diversos conceptos que se deben estudiar y/o enseñar para la comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ . Por ejemplo, el estudiante tiene que comprender y aplicar el álgebra elemental, abordando las letras, incógnitas, variables y parámetros que entran en cuestión.

[5] destaca la importancia de la aproximación funcional en las expresiones algebraicas. La autora, sostiene que, si no se emplea esta aproximación funcional, no es posible identificar cuando un sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones. Para comprender mejor este concepto de función, plantea que es esencial reconocer que cada ecuación, en el sistema, puede interpretarse como una función, y que un gráfico de una función lineal se puede asociar a una ecuación lineal, cuando la función es evaluada en un punto de su dominio; esto se puede deber a posibles dificultades en el aprendizaje de la matemática [6].

En este sentido, [7] señala cinco dificultades de aprendizaje en los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ :

*Complejidad a los objetos matemáticos:* se refiere a que los humanos usan distintos tipos de comunicación. A la vez, cuando se busca transmitir la matemática, las personas son capaces de utilizar signos matemáticos ayudándose del lenguaje habitual.

*Procesos de pensamiento matemático:* el autor afirma que el aspecto deductivo formal es una de las principales dificultades en el aprendizaje de la Matemática. Esto se debe a que en los establecimientos educacionales se deja a un lado el aspecto demostrativo y se favorece la aplicación instrumental de reglas matemáticas.

*Proceso de enseñanza:* En esta dificultad, el autor menciona que los principales responsables son las instituciones educativas, ya que depende del currículo, la metodología aplicada y recursos educativos. Por lo tanto, las entidades educativas deben velar para que las herramientas, recursos, entorno y estímulos sean los más idóneos y óptimos para el aprendizaje de los estudiantes.

*Desarrollo cognitivo de los alumnos:* Posibilidad de tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual. Lo anterior permite conocer el nivel de las dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas por parte de los alumnos.

*Actitudes afectivas y emocionales:* Es común ver que los estudiantes no les guste la matemática, teniendo desprecio y miedo, aun cuando tienen habilidades en el área, creando una predisposición en el alumno haciéndole sentir fracaso. En consecuencia, pese a tener conceptos claros, fallan en las evaluaciones, afectando el desempeño final.

En el contexto de pandemia, el conjunto de dificultades que están asociadas al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas complejizó el trabajo realizado por los profesores para generar aprendizaje en los estudiantes. Si bien hay trabajos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el contexto del COVID-19, no están focalizados en algún tema matemático particular. Por ejemplo, [8] realizaron un estudio que indagó sobre el aprendizaje matemático de estudiantes de primaria, pero desde la perspectiva de las madres. A partir de entrevistas semiestructuradas a madres de diferentes niveles socioeconómicos se encontró una limitación en las oportunidades de aprendizaje matemático de sectores más vulnerables. Por su parte, [9] indagaron en las percepciones de estudiantes de secundaria y bachillerato de México y Panamá respecto a experiencias en matemáticas. Por medio de un cuestionario Likert, los resultados mostraron que las clases en modalidad online, independientemente de los medios, generan diferencias en los mecanismos de aprendizaje matemático.

#### PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Debido a que las clases presenciales en Chile se retomaron a inicios del año 2022, hay pocas investigaciones que indaguen sobre los posibles problemas de aprendizaje de los estudiantes durante la pandemia (e.g. [8], [9]), en particular, del aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ . Por

tal razón, la propuesta de investigación contribuirá en un análisis de los aprendizajes logrados por estudiantes durante la pandemia. Para ello, se ha propuesto el siguiente Objetivo de Investigación:

Analizar los conocimientos desarrollados por un grupo de estudiantes en pandemia con relación a la resolución y representación de sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ .

Este objetivo orienta la presente investigación, enfocándose en los conocimientos que los alumnos desarrollaron del objetivo propuesto por el Ministerio de Educación en contexto de pandemia de COVID-19. Dicho objetivo de aprendizaje es:

“OA 4: Resolver sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.” [10] (p.30)

Es importante destacar que en los Planes y Programas de I° medio [10] se enfatiza que la asignatura de matemática, en particular, la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , debe promover las habilidades de:

- Transitar en diversos tipos de representación (gráfica, algebraica, etc.)
- Modelar situaciones que involucren problemática de la vida real.
- Resolver problemas contextualizados o intramatemáticos.
- Argumentar y comunicar sus hallazgos a través de diversos registros.
- Usar distintos tipos de herramientas digitales (TIC).

## **MARCO TEÓRICO**

Las herramientas teóricas que utilizamos en el desarrollo de este estudio, es el Enfoque OntoSemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) [11-13]. Se escogió este enfoque, pues permitió describir y caracterizar de manera detallada los objetos matemáticos primarios que emergen en las prácticas matemáticas desarrolladas por los estudiantes, tales como situaciones problemas, elementos lingüísticos, procedimientos, conceptos/definiciones, proposiciones/propiedades y argumentos [13].

En particular, la configuración cognitiva permitió llevar a cabo un análisis más minucioso de los objetos matemáticos, que surgen en las prácticas matemáticas, relacionadas con los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , que fueron desarrollados por los estudiantes en tiempos de pandemia.

Los objetos matemáticos primarios conforman una red de elementos, los que a su vez se agrupan en una configuración epistémica (institucional) o cognitiva (estudiantes), las cuales son:

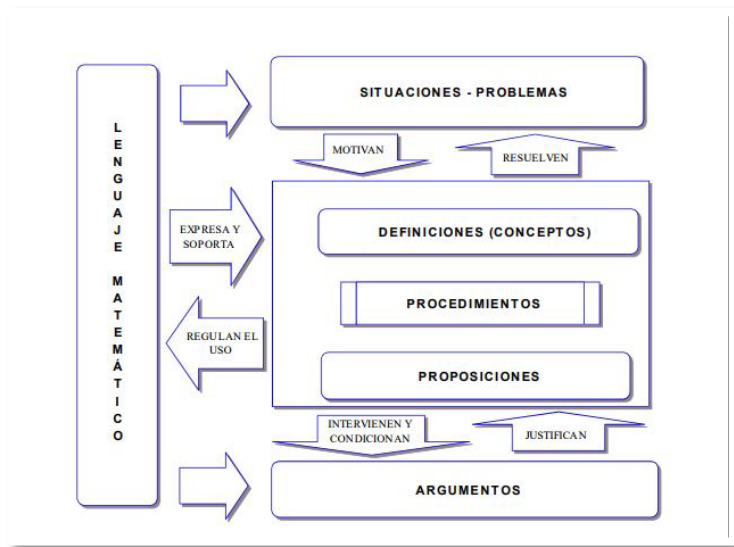
- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...).
- Situaciones/Problemas (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, tareas...)
- Conceptos/Definiciones (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...).
- Proposiciones/Propiedades (enunciados sobre conceptos, ...).
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...).
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...). [13] (p.69).

En este sentido, [14] explica la importancia de los objetos matemáticos primarios de la siguiente forma:

“[...]estos objetos [primarios] se organizan en entidades más complejas: sistemas conceptuales, teorías, etc. Estos seis tipos de entidades primarias postuladas amplían la tradicional distinción entre entidades conceptuales y procedimentales, al considerarlas insuficientes para describir los objetos intervinientes y emergentes de la actividad matemática. Las situaciones/problemas son el origen o razón de ser de la actividad; el lenguaje representa las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción; los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.” (p.44)

Las Configuraciones Epistémicas, se producen cuando un individuo o una institución realiza y evalúa prácticas matemáticas activando un conjunto compuesto por situaciones-problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, siendo estos integrados y entrelazados entre sí conformando una configuración, como lo muestra la siguiente Figura 1:





**Figura 1:** Configuración de Objetos Primarios.

Fuente: [15] (p.69)

## METODOLOGÍA

Este estudio tiene un enfoque cualitativo, cuyo diseño metodológico es descriptivo [16-17], puesto que el objetivo fue estudiar configuraciones cognitivas desarrolladas por los estudiantes de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ .

Este objetivo se llevó a cabo con la implementación de un cuestionario que permitió analizar los significados logrados por un grupo de 9 alumnos de IV° medio que estudió este objeto matemático en modalidad online producto de la pandemia de COVID-19. Las herramientas teóricas-metodológicas, que se utilizan, están incorporadas en el marco teórico EOS, las cuales permiten describir los objetos matemáticos que emergen de las prácticas matemáticas de los participantes de la investigación.

A su vez, el tipo de estudio es exploratorio, ya que, según [18] (p.23) “La investigación exploratoria es aquella que se efectúa sobre un tema u objeto desconocido o poco estudiado, por lo que, sus resultados constituyen una visión aproximada de dicho objeto, es decir un nivel superficial de conocimiento”, por lo descrito anteriormente, se evidencia que el tema a estudiar con relación al objeto matemático en la pandemia es un suceso actual y existen pocos estudios en la literatura respecto al trabajo.

### SUJETOS DE ESTUDIO

Los sujetos de estudio son alumnos del nivel de IV° de enseñanza media, quienes pertenecen a un establecimiento particular subvencionado científico-humanista que imparte clases desde niveles preescolares hasta enseñanza media de una comuna de la Región Metropolitana en Chile. El grupo de estudiantes que cursan el nivel deberían tener conocimientos y habilidades asociados al objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ , debido al Programa de Estudio de Matemática [10]. Cabe recalcar que los estudiantes que son parte de la muestra cursaron el nivel de I° medio de manera online y/o híbrida durante la pandemia en el año 2020. Por tal razón, es que el cuestionario que se implementó ayudó a desarrollar los objetos matemáticos primarios propuestos por el marco teórico y que están relacionados con objetivo de aprendizaje propuesto por el Ministerio de Educación [10].

A continuación, se describe la distribución de los estudiantes mediante el rendimiento en el que se desempeñaban académicamente. Los criterios propuestos en la Tabla 1, son diseñados por los investigadores, siendo este sobresaliente, suficiente e insuficiente.

**Tabla 1:** Distribución de desempeño de los estudiantes de IV° medio.

Cantidad de sujetos	Sobresaliente	Suficiente	Insuficiente
9	3	4	2

Fuente: elaborada por los autores.

La categoría sobresaliente se refiere a que son estudiantes que tenían promedio de calificaciones entre 6,0 a 7,0 y que se mostraban interesados y motivados en aprender, los que pertenecen a la categoría suficiente son alumnos que poseían calificaciones entre 5,0 a 6,0. Y finalmente los estudiantes que están dentro de la categoría insuficiente, son alumnos que tenían bajo desempeño en la asignatura de matemática, obteniendo notas entre 4,0 a 5,0.

### DESCRIPCIÓN Y RIGOR CIENTÍFICO DEL INSTRUMENTO

El instrumento constaba de 8 preguntas abiertas, donde los estudiantes respondieron con plena libertad en su forma de expresar. Se analizaron sus respuestas, de acuerdo con la Configuración Epistémica que evocaba el cuestionario. Es importante destacar que el instrumento creado se basa en el obje-

tivo de aprendizaje priorizado<sup>5</sup> del nivel de I° medio, propuesto por el Ministerio de Educación [10]. El cuestionario consta de 8 preguntas que involucran habilidades como: representar, modelar, resolver problemas, argumentar y comunicar. Dichas habilidades son sugeridas por los planes y programas de I° medio del Ministerio de Educación.

La validación del instrumento se realizó de manera interna y externa [19]. De manera interna, por medio de una validación cruzada donde participaron los investigadores del trabajo para analizar la coherencia del instrumento con el OA 4. La validación externa, se realizó en dos etapas, la primera fue una revisión del instrumento por parte de docentes especializados en la didáctica de la matemática y de la matemática, donde, sus observaciones aportaron a la mejora de la redacción para una mejor comprensión por parte de los sujetos de estudio. La segunda validación consistió en la aplicación piloto del instrumento a otro grupo de estudiantes, dicha aplicación permitió mejorar nuevamente el instrumento para posteriormente implementarlo a los sujetos de interés [20].

Para crear el instrumento, se utilizaron los objetos matemáticos primarios de la configuración epistémica asociada al significado institucional del objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ , para luego analizar las respuestas de los estudiantes con base en los objetos matemáticos primarios que ellos desarrollaron conformando la Configuración Cognitiva.

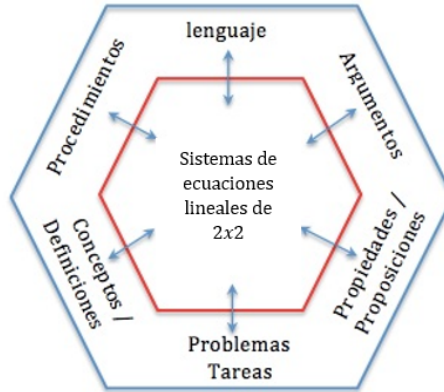
El tiempo destinado para la implementación del instrumento fue de una sesión de dos horas pedagógicas con un total de 90 minutos de manera presencial dentro del horario escolar de los estudiantes.

## **ANÁLISIS Y RESULTADOS**

A partir de lo expuesto anteriormente, se utilizó la noción de Configuración Epistémica del EOS, la que permitió identificar y caracterizar los objetos matemáticos primarios que emergen del cuestionario [21].

---

<sup>5</sup> Durante la pandemia el Ministerio de Educación decidió priorizar objetivos de aprendizaje para la enseñanza en modalidad remota. Dentro de éstos se encuentra el objetivo de aprendizaje asociado a los sistemas de ecuaciones lineales de  $2x2$ .



**Figura 2:** Objetos primarios de la Configuración Epistémica de la noción de Sistemas de Ecuaciones Lineales de  $2 \times 2$   
Fuente: Adaptado de [21]

Como muestra la Figura 2, las prácticas matemáticas asociadas al objeto de sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  se analizan por medios de sus objetos matemáticos primarios (situación problema, procedimientos, conceptos y/o definiciones, propiedades/proposiciones, argumentos y lenguaje).

Previo a los análisis, es importante dar a conocer aquellos objetos descritos en el párrafo anterior que se involucraron de manera directa en el instrumento aplicado a los sujetos de estudio.

- *Elementos Lingüísticos*

Se distinguen tres tipos de elementos lingüísticos evocados en el cuestionario, primero, de tipo verbal, ya que se expresan en lenguaje descriptivo debido al uso de métodos directos con fundamentación del cuerpo de los números reales, segundo, de expresiones algebraicas, y tercero, de expresiones propias de la geometría analítica, como por ejemplo las gráficas de rectas.

- *Conceptos y/o Definiciones*

Con base en esta configuración, se destaca el concepto de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  desde el punto de vista algebraico y geométrico analítico.

- *Propiedades y/o Proposiciones*

Las propiedades y/o proposiciones son elementos correspondientes a las propiedades del cuerpo de los números reales para los métodos de resolución

de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  (igualación, reducción, sustitución). A su vez, los procedimientos geométricos son utilizados por medio de las representaciones geométricas de las rectas en el plano cartesiano.

- *Argumentos*

Los argumentos se justifican a través de las transiciones de registro que poseen los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ . La primera es del registro verbal a registro algebraico, donde la *situación/problema* debería evocar la propuesta de ecuaciones para dar respuesta a lo solicitado. También, hay argumentos que transitan entre el registro algebraico y registro gráfico, ya que las ecuaciones lineales son graficadas en el plano cartesiano para encontrar el punto de intersección. Lo anterior evidencia argumentos de carácter deductivo, pues a través del comportamiento de las soluciones del sistema, éstas son relacionadas con la presencia o ausencia de intersección entre las rectas involucradas.

Para finalizar esta sección, se muestra la Tabla 2, que sintetiza la configuración epistémica asociada al cuestionario aplicado al grupo de estudiantes.

**Tabla 2.** Configuración Epistémica asociada al cuestionario

<b>Objetos Matemáticos Primarios</b>	<b>Configuración Epistémica asociada al cuestionario</b>
Elementos Lingüísticos	- Expresiones verbales, algebraicas y propias de la geometría analítica, referentes a las ecuaciones representadas como rectas.
Conceptos y/o Definiciones	- Concepto de sistemas de ecuaciones lineales de $2 \times 2$ , desde el punto de vista algebraico y geométrico analítico.
Procedimientos	- Procedimientos algebraicos sustentados en los métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones. - Procedimientos geométricos, utilizando representaciones geométricas en rectas.
Propiedades y/o Proposiciones	- Propiedades del cuerpo de los números reales en los métodos de resolución. - Propiedades de carácter geométrico en rectas involucradas. - Argumentos deductivos.
Argumentos	- Transición entre el registro verbal y registro algebraico. - Transición entre el registro algebraico y registro gráfico.

Fuente: elaborada por los autores.

## ANÁLISIS Y REFLEXIÓN

Antes de la aplicación del instrumento, se les informó a los estudiantes que serán partícipes de una investigación relacionada a los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ . En ella, se les solicitó que respondieran el instrumento con base en lo que recordaban del contenido visto de manera online y/o híbrida. Además, se les señaló que no había consecuencias negativas si el desarrollo de sus actividades fuese incorrecto, puesto que era de interés estudiar los argumentos y razonamientos entregados por ellos.

### *Análisis de las respuestas de estudiantes de IV° medio*

Para el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, se hizo un desglose de los objetos matemáticos primarios que emergieron de sus producciones escritas. Cada respuesta se analizó con el fin de identificar elementos relevantes y caracterizar de manera cognitiva las respuestas dadas.

### *Elementos Lingüísticos*

El cuestionario evocó en los estudiantes expresiones verbales y algebraicas para definir los sistemas de ecuaciones. La mayoría de los alumnos evidencia comprensión en la descripción de la noción del objeto matemático, destacando la comprensión de forma algebraica. Por el contrario, se evidencia baja comprensión en la forma gráfica, pues solo 2 de 9 estudiantes lograron responder utilizando esta representación.

### *Conceptos y/o Definiciones*

Los conceptos y/o definiciones que entregaron los estudiantes del objeto matemático fue la solución de un sistema de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ . Se tiene a un estudiante que al momento de desarrollar un sistema de ecuación lineal de  $2 \times 2$ , utiliza los métodos de resolución (igualación, reducción o sustitución) como una fórmula (Figura 3).

En la Figura 3, en la respuesta del estudiante se aprecia que entiende que un sistema de ecuación lineal de  $2 \times 2$  es una fórmula, la cual es utilizada para resolver diversos problemas matemáticos.

a) ¿Qué entiendes por sistemas de ecuaciones lineales 2x2? ¿Dónde lo podemos evidenciar?

R: Entiendo que es una fórmula, la cual es utilizada para resolver diversos problemas matemáticos

**Figura 3:** Respuesta de Estudiante N°6 correspondiente a pregunta N°1  
Fuente: Creación Propia.

En las respuestas analizadas, se evidencia que un estudiante confundió el análisis de las soluciones (si el sistema tiene solución, infinitas soluciones o no tiene solución), con el procedimiento para poder resolver un sistema de ecuación lineal de 2x2, lo que se observa en la Figura 4.

b) ¿Qué tipos de procedimientos conoces para resolver los sistemas de ecuaciones lineales 2x2?

R:  $\frac{A}{c} \neq \frac{b}{d}$  |  $\frac{A}{c} = \frac{b}{d}$  | con solución  
sin " " " " " " " "  
infinitas soluciones

**Figura 4:** Respuesta de Estudiante N°2 correspondiente a la pregunta N°2  
Fuente: Creación Propia.

Según lo anterior, se aprecia confusión entre la noción de los sistemas de ecuaciones lineales de 2x2, la naturaleza de la solución y los métodos de resolución.

### Procedimientos

Los estudiantes mencionaron distintos tipos de resolución de los sistemas de ecuaciones lineales de 2x2, realizando procedimientos aritméticos y algebraicos. Sin embargo, se evidencia que 2 de 9 estudiantes lograron resolver el sistema de ecuaciones propuesto, utilizando solamente dos métodos: sustitución y reducción (Figura 5).

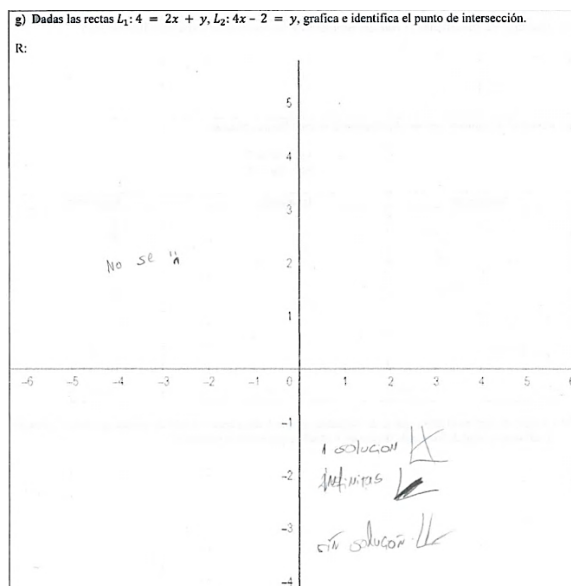
c) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones usando los tres métodos:

$$\begin{aligned} -y + 3x &= 5 \\ 2x - 3y &= 8 \end{aligned}$$

Sustitución	<del>Eliminación</del>	Reducción
$-y + 3x = 5$ $-y = -3x + 5$ $3x - 5 = y$ <hr/> $2x - 3(3x - 5) = 8$ $2x - 9x + 15 = 8$ $-7x + 15 = 8$ $-7x = 8 - 15$ $x = \frac{-7}{-7} \rightarrow x = 1$	$2(1) - 3y = 8$ $2 - 3y = 8$ $-3y = 8 - 2$ $y = \frac{6}{-3}$ $y = -2$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">x = 1</div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px; margin-left: 20px;">y = -2</div>	$-y + 3x = 5$ $2x - 3y = 8$ <hr/> $3x - y = 5 \quad / -3$ $2x - 3y = 8$ <hr/> $-9x + 3y = -15$ $2x - 3y = 8$ $-7x = -7$ $x = \frac{-7}{-7} \rightarrow x = 1$

**Figura 5:** Respuesta de Estudiante N°8 correspondiente a pregunta N°3  
Fuente: Creación Propia.

Además, se destaca que un estudiante mencionó los tipos de soluciones de manera gráfica, sin embargo, no llega a la solución del problema propuesto, como se puede ver en la Figura 6.



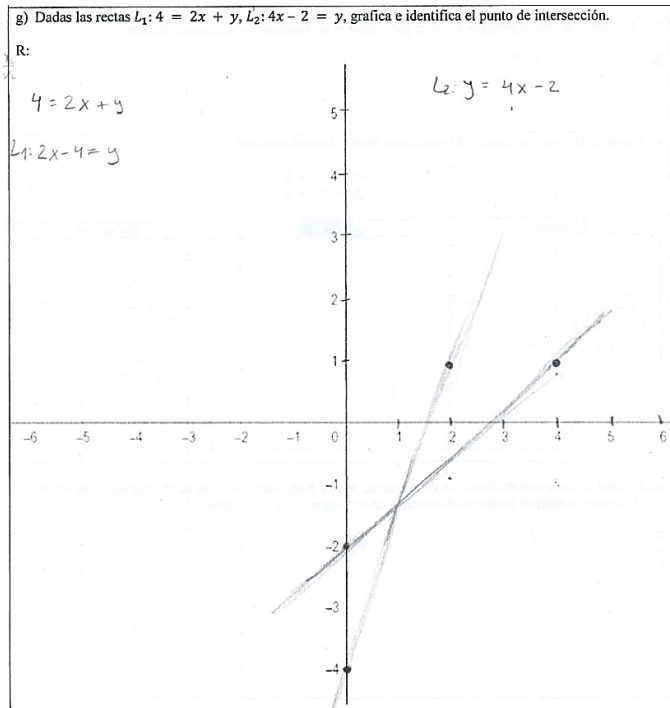
**Figura 6:** Respuesta de Estudiante N°3 correspondiente a pregunta N°7  
Fuente: Creación Propia.

En las respuestas de los estudiantes, se evidencia que sólo algunos pudieron resolver los problemas propuestos utilizando de manera preponderante



los métodos de sustitución y reducción. Además, es importante destacar que los métodos utilizados por los estudiantes se sustentan en las propiedades del álgebra y del cuerpo de los números reales  $\mathbb{R}$ .

Mencionado lo anterior, cabe destacar que sólo un estudiante realizó la representación gráfica de las rectas con el fin de resolver el sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$  involucrado, tal como se muestra en la Figura 7.



**Figura 7:** Respuesta de Estudiante N°8 correspondiente a pregunta N°7  
Fuente: Creación Propia

### Argumentos

Por lo general, se observó poco dominio en la utilización de métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ . A su vez, las respuestas de 2 de 9 estudiantes se basaron en argumentos verbales y algebraicos, además, se observó que 3 de 9 estudiantes son capaces de representar por medio de sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , situaciones/problemas contextualizados. También, se evidencia que 4 de 9 estudiantes asignaron valores a las variables  $x$  e  $y$  para poder encontrar las incógnitas involucradas en el sistema de ecuaciones propuesto.

A continuación, se muestra la Tabla 3, donde se presentan los argumentos de dos estudiantes. El Estudiante N°8 pudo modelar la situación y resolverla, mientras que el Estudiante N°4 no utilizó procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones y buscó maneras aleatorias para asignar valores a las incógnitas.

**Tabla 3.** Comparación entre Estudiante N°8 y Estudiante N°4

Estudiante N°8	Estudiante N°4
<p>e) En mi bolsillo tengo monedas de \$500 y de \$100. Hay 16 monedas en total y tengo el número de monedas de \$500 e y el número de monedas de \$100. Modele la situación.</p> <p>R: <math>x + 500y = 13.500</math> <math>x + y = 16</math></p>	<p>e) En mi bolsillo tengo monedas de \$500 y de \$100. Hay 16 monedas en total y tengo el número de monedas de \$500 e y el número de monedas de \$100. Modele la situación.</p> <p>R: <math>500 + 100 \cdot 16 = 13500</math></p>
<p>f) Según el modelo encontrado en la pregunta anterior, encuentra los valores de x e y.</p> <p>R: <math>500x + 100y = 13.500</math> <math>x + y = 16</math></p> <p><math>y = 16 - x</math> <math>500x + 100(16 - x) = 13.500</math> <math>500x + 1600 - 100x = 13.500</math> <math>400x + 1600 = 13.500</math> <math>400x = 13.500 - 1600</math></p> <p><math>400x = 11.900</math> <math>x = \frac{11.900}{400}</math></p>	<p>f) Según el modelo encontrado en la pregunta anterior, encuentra los valores de x e y.</p> <p>R: <math>500 \cdot 24</math> <math>10000x</math> <math>12000</math></p> <p><math>100 \cdot 15</math> <math>1500</math> <math>1500</math></p> <p><math>x = 2</math> <math>y = 1</math></p>

Por último, se evidencian argumentos de carácter deductivos solamente en las preguntas contextualizadas, donde hay una relación entre la respuesta gráfica y la respuesta algebraica. Se destaca que de los 9 estudiantes que respondieron el cuestionario, solamente dos de ellos pudieron modelar una situación problema de la vida cotidiana, entregando respuestas de manera gráfica y algebraica.

En la Tabla 4, se muestra de forma sintetizada la proximidad entre la Configuración Epistémica y la Configuración Cognitiva lograda por los estudiantes, con los objetos matemáticos primarios descritos anteriormente.

**Tabla 4.** Proximidad entre la Configuración Epistémica y Configuración Cognitiva asociada al instrumento en estudiantes de IV° medio.

Objetos matemáticos primarios	Configuración Epistémica del instrumento asociado	Configuración Cognitiva de los estudiantes de IV° medio
-------------------------------	---	---

Elementos Lingüísticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresiones verbales.</li> <li>- Expresiones algebraicas.</li> <li>- Expresiones propias de la geometría analítica, como gráficas de rectas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresiones verbales y algebraicas para describir la noción de sistemas de ecuaciones.</li> </ul>
Conceptos y/o definiciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto de sistema de ecuaciones desde el punto de vista algebraico y geométrico analítico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Concepto de sistemas de ecuaciones desde el punto de vista algebraico y verbal con énfasis en la resolución de los sistemas más que en su conceptualización.</li> <li>- Sólo 1 estudiante señaló el concepto desde un punto de vista geométrico analítico.</li> </ul>
Procedimientos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Procedimientos algebraicos sustentados en los métodos de sustitución, igualación y reducción.</li> <li>- Procedimientos geométricos utilizando las representaciones geométricas de las rectas involucradas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sólo 2 estudiantes realizaron procedimientos algebraicos sustentados en los métodos de sustitución y reducción.</li> <li>- Se evidencia que 5 estudiantes no conocen los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Sólo un estudiante señaló el método de reducción.</li> </ul>
Propiedades / Proposiciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propiedades del cuerpo de los números reales para desarrollar métodos de resolución de los sistemas de ecuaciones.</li> <li>- Propiedades sustentadas en la representación geométrica de las rectas involucradas en los sistemas de ecuaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propiedades del cuerpo de los números reales para el desarrollo de los métodos de resolución para un sistema de ecuación lineal de <math>2 \times 2</math>.</li> <li>- Se evidencia que 3 estudiantes propusieron una solución utilizando métodos de resolución.</li> <li>- Sólo un estudiante señaló las propiedades sustentadas en la representación geométrica de las rectas.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los argumentos se basan entre la transición del registro verbal al registro algebraico, además, hay una transición entre el registro algebraico, registro verbal y registro gráfico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se evidencia que 2 de 9 estudiantes se basaron en la transición de registros, como verbal, algebraico y gráfico.</li> <li>- Cabe mencionar que 3 de los 9 estudiantes fueron capaces de representar por medio de una situación/problema, el sistema de ecuaciones lineales de <math>2 \times 2</math> involucrado.</li> </ul>

- Argumentos deductivos.
- Se destaca que 3 de los 9 estudiantes fueron capaces de representar la situación/problema mediante una sola ecuación lineal con dos incógnitas.
- 4 de 9 estudiantes asignaron valores a las incógnitas, para poder encontrar la solución.

### REFLEXIONES DEL INSTRUMENTO APLICADO

Con la aplicación del instrumento, se pudieron generar diversas inquietudes a través de las respuestas de los estudiantes. En este hubo mensajes de “manifestación” sobre las clases online y/o híbridas del grupo, producidas por la pandemia, en algunos casos mencionaban frases como “no me acuerdo”, “no tuve clases online”, “no entendí nada en clases online”, “disculpa por no responder”.

En la Figura 8, 9 y 10, se adjuntan las imágenes que evidencian lo expuesto anteriormente.

c) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones usando los tres métodos:

$$\begin{cases} -y + 3x = 5 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$$

Sustitución	Igualación	Reducción
<p>Profe no aprendí nada en primero medio online :(</p>	$\frac{-4}{2x} - \frac{2x}{3y} = \frac{5}{8}$	$\begin{array}{r} 3x - y = 5 \quad   -3 \\ 2x - 3y = 8 \quad   \phantom{-3} \\ \hline -9x + 3y = -15 \\ 2x - 3y = 8 \\ \hline 7x = -15 \\ \phantom{7x} = \frac{-15}{8} \end{array}$

**Figura 8:** Respuesta de Estudiante N°7  
Fuente: Creación Propia

c) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones usando los tres métodos:

$$\begin{aligned} -y + 3x &= 5 \\ 2x - 3y &= 8 \end{aligned}$$

Sustitución	Igualación	Reducción
Nunca tuve clases online en el primer Medio.	$\begin{aligned} -y + 3x &= 5 \\ 2x - 3y &= 8 \end{aligned}$ $\frac{5 - 7 + 15x}{16x - 21y}$	$\begin{aligned} 3x - 4x &= 5 - 3 \\ 2x - 3y &= 8 \end{aligned}$ $\frac{-9x + 3y}{2x - 3y} =$ $7x = \frac{-15}{8}$

**Figura 9:** Respuesta de Estudiante N°3  
Fuente: Creación Propia

a) ¿Qué entiendes por sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ ? ¿Dónde lo podemos evidenciar?

R: "no me acuerdo"

b) ¿Qué tipos de procedimientos conoces para resolver los sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ ?

R: tampoco me acuerdo

**Figura 10:** Respuesta de Estudiante N°4  
Fuente: Creación Propia

## CONCLUSIONES

El objetivo del estudio fue analizar los conocimientos de los estudiantes sobre el objeto sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , el que fue enseñado en modalidad de enseñanza remota durante la pandemia. Para llevar a cabo el cumplimiento del objetivo, se aplicó un cuestionario escrito donde se analizaron las respuestas de los estudiantes, por medio del contraste la Configuración Epistémica (asociada al instrumento) con la Configuración Cognitiva desarrollada por ellos. Esto permitió observar los significados logrados por el grupo estudiantes de IV° medio. Dando cuenta del conocimiento adquirido sobre los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ .

Respecto a los *elementos lingüísticos* podemos señalar que el grupo de estudiantes posee una apropiación del objeto debido a que, en sus respuestas, utilizaron representaciones verbales, representaciones algebraicas y representaciones geométricas. En este sentido, [22] señala la importancia del uso de las distintas representaciones de un objeto matemático, debido a que la transición de diferentes registros ayuda a que el estudiante desarrolle un aprendizaje del objeto matemático, en este caso, los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ .

Respecto a los *conceptos y/o definiciones* podemos señalar que los estudiantes, confunden la definición del objeto con respecto a las estrategias de resolución (reducción, sustitución e igualación) o respecto a las propiedades del sistema para analizar la naturaleza de sus soluciones (no tiene solución, infinitas soluciones, una solución).

Referente a los *procedimientos*, es importante destacar que los estudiantes presentan dominio de estrategias en la resolución de problemas. No obstante, se observa que conocen procedimientos para la resolución de sistemas de ecuaciones, pero no las utilizan para resolver un problema contextualizado.

Respecto a las *propiedades y/o proposiciones*, los estudiantes las utilizan para resolver los sistemas de ecuaciones (operaciones aritméticas del cuerpo de los números reales). No obstante, no se observa apropiación en cuanto a las propiedades que relacionan los coeficientes de un sistema de ecuaciones para analizar la naturaleza de sus soluciones.

Con relación a los *argumentos*, se presentaron falencias en la relación de la representación gráfica de la solución de un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$  con la solución algebraica, pues sólo un estudiante del grupo pudo desarrollar dicha relación. Esto se relaciona con lo propuesto por [23] señalando que, en el campo del álgebra lineal, es necesario desarrollar tres tipos de pensamiento: analítico aritmético, sintético geométrico y analítico estructural.

Las evidencias descritas en este trabajo sobre las problemáticas del aprendizaje del objeto sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , no son un fenómeno aislado, puesto que la literatura evidencia que el desarrollo de los aprendizajes en procesos de enseñanza en modalidad remota es sumamente

complejo [8,9], pues se requiere una serie de condiciones para que este tipo de modalidad de enseñanza se lleve a cabo de manera idónea [1,2,25,26]. Una de ellas es que los estudiantes tengan un alto grado de autonomía y compromiso con su aprendizaje [2]. Estas cualidades son difíciles de desarrollar en jóvenes que han cursado toda su enseñanza primaria [8] y secundaria [9] con un enfoque tradicional que desarrolla un alto grado de dependencia de su profesor(a), de su entorno escolar y su entorno familiar [2]. Más aún, cuando la modalidad de enseñanza remota fue implementada de manera urgente y rápida, sin la debida preparación y capacitación por parte de los docentes y de toda la comunidad escolar.

Si bien el Ministerio de Educación ha tratado de medir el impacto de la pandemia en los aprendizajes de los alumnos por medio de la aplicación de evaluaciones estandarizadas como el SIMCE y el DIA. Al ser procesos masivos, dichos instrumentos carecen de preguntas abiertas que permitan obtener riqueza de información, la cual es crucial para caracterizar las problemáticas que los alumnos poseen respecto a ciertos objetos matemáticos, en particular, de los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ .

En este sentido, esta investigación aporta información de manera específica y concreta sobre los significados logrados por los estudiantes durante la pandemia del COVID-19, respecto a los sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$ , dando cuenta, de que a pesar de las complejidades del contexto y las dificultades asociadas al aprendizaje matemático, en contexto de pandemia, es posible desarrollar aprendizajes en los estudiantes, quedando como desafío, incorporar resultados de investigaciones y mejorar futuros procesos de implementación en esta modalidad.

Como proyección de la investigación, se espera aplicar el mismo instrumento a estudiantes que han desarrollado sus aprendizajes en modalidad de enseñanza presencial, con el fin de analizar sus configuraciones cognitivas y contrastar las problemáticas identificadas con los resultados obtenidos en esta investigación.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo ha sido desarrollado gracias a los fondos internos “Investiga UCEN 2022” otorgados por la Universidad Central.

## REFERENCIAS

1. Peña C.N, Pino-Fan L., Assis A. Normas que regulan la gestión de clases virtuales de matemáticas en el contexto COVID-19. *Uniciencia*. 2021; 35(2): 2-8. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-2.21>
2. Ministerio de Educación. Impacto del COVID-19 en los resultados de aprendizaje y escolaridad en Chile. Santiago de Chile: Ministerio de Educación. 2020
3. Fernández, E., Contreras, A., Álvarez, C. Tipología de errores manifestados en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales por estudiantes de 5to año. *Revista Arje*. 2018; 12 (22): 93-102. <http://www.arje.bc.uc.edu.ve/arje22e/art07.pdf>
4. Rodríguez Jara M. A., Mena Lorca; A., Mena Lorca J., Vásquez Saldias, P. y Del Valle Leo, M. E. Construcción cognitiva del conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. *Enseñanza de las ciencias*. 2019; 37(1): 71-92. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2194>
5. Ochoviet, T. Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas. [Tesis Doctoral]. Ciudad de México: CICATA-IPN, 2009.
6. Socas, M.M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea, editores. *Investigación en Educación Matemática XI*. La Laguna: SEIEM; 2007. pp. 19-52.
7. Socas, M.M. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En Rico, L. y otros, editores. *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori; 1997. pp. 125-154.
8. Del Río Hernández, M., Susperreguy, M., Salinas, V., Córdova, K., Marín, A. El aprendizaje matemático en el hogar durante la pandemia de covid-19 desde la perspectiva de las madres: diferentes escenarios de acuerdo con el nivel socioeconómico. *Calidad en la Educación*. 2022; (57): 199-230. <https://doi.org/10.31619/caledu.n.57.1252>
9. Torres, A., Campos, N., Morales, M. y García, M. (2021). Aprendizaje de las matemáticas durante la pandemia del COVID-19: el actuar de alumnos y docentes ante la transición de lo presencial a on-line. *UNIÓN*. 2021; 17(63): 1-15.
10. Ministerio de Educación de Chile. *Matemática Programa de Estudio de Primero Medio*. Santiago: MINEDUC. 2016. [https://www.curriculumnacional.cl/614/articulos-34359\\_programa.pdf](https://www.curriculumnacional.cl/614/articulos-34359_programa.pdf)



11. Godino, J. D., Batanero, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*; 1994, 14 (3): 325-355.
12. Godino, J. D., Batanero, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpínska, y J. Kilpatrick, editors. *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht: Kluwer, A. P.; 1998. pp 177- 195.
13. Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*; 2007, 39 (1): 127-135.
14. Pino-Fan, L. Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada [Tesis Doctoral]. Granada: Universidad de Granada, 2014.
15. Font, V., Godino, J. D. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*. 2006; 8 (1): 67-98.
16. Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. *Metodología de la investigación*. 6a ed. México: Mc Graw Hill Education; 2014.
17. Fraenkel, J, N. Wallen. *How to Design and Evaluate Research in Education*. Boston: McGraw-Hill; 1996.
18. Arias, F. *El Proyecto de Investigación: Introducción a la Metodología Científica*. 6a ed. Caracas: Editorial Episteme; 2006.
19. Bakker, A., van Eerde, D. An Introduction to Design-Based Research with an Example from Statistics Education. En Bikner-Ahsbáhs, A., Knipping, C. Presmeg, N., editores. *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods, Advances in Mathematics Education*. Londres: Springer; 2015. pp.429-466.
20. Águila, P., Bonet, C. Configuraciones Cognitivas desarrolladas por estudiantes en sistemas de ecuaciones lineales de 2x2. [Tesis Pregrado]. Santiago: Universidad Central, 2023.
21. Pino-Fan, L. Contribución del Enfoque OntoSemiótico a las investigaciones sobre didáctica del cálculo. En: J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín, editores. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. 2017. <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civ-eos/pino-fan.pdf>
22. Duval, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. 2006; 61(1-2): 103-131.

23. Sierpinska, A. (2000). On Some Aspects of Students' Thinking in Linear Algebra. In J.L. Dorier, editors. *On the Teaching of Linear Algebra*. Netherlands: Springer; 2000. pp.209-246.
24. Socas, M. (1996). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la educación secundaria*. España: Universidad de La Laguna.
25. Cea, F., García, R., Turra, H., Moya, B., Sanhueza, S., Moya, R., Vidal, W. Educación online de emergencia: hablando a pantallas en negro. Ciper Chile. (2020, 08 de junio). <https://www.ciperchile.cl/2020/06/08/educacion-online-de-emergencia-hablando-a-pantallas-en-negro/>
26. Castro, W., Pino-Fan, L., Lugo-Armenta, J., Toro, J., Retamal, S. A mathematics education research agenda in latin america motivated by coronavirus pandemic. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 2020; 16(12). <https://doi.org/10.29333/ejmste/9277>

**ANEXO**

**CUESTIONARIO**

<b>Nombre:</b>	<b>Curso:</b>	<b>Fecha:</b>
----------------	---------------	---------------

**Instrucciones:**

- Este instrumento consta de un ítem con 8 preguntas de desarrollo.
- Es necesario que anotes tu desarrollo completo en el espacio correspondiente.
- Cuentas con 90 minutos para poder contestar las preguntas.
- Como recomendación, utiliza lápiz mina.

1- Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Qué entiendes por sistemas de ecuaciones lineales 2x2? ¿Dónde lo podemos evidenciar?

R:

b) ¿Qué tipos de procedimientos conoces para resolver los sistemas de ecuaciones lineales 2x2?

R:

c) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones usando los tres métodos:

$$\begin{aligned} -y + 3x &= 5 \\ 2x - 3y &= 8 \end{aligned}$$

Sustitución	Igualación	Reducción

- d) La edad de Juan es el doble que la de Fernando, y hace 5 años tenía el triple de la edad que tenía Fernando. ¿Cuál será la edad de Fernando dentro de 5 años? Argumentar tu respuesta.

R:

- e) En mi bolsillo tengo monedas de \$500 y de \$100. Hay 16 monedas en total y tengo \$13.500. Si  $x$  representa el número de monedas de \$500 e  $y$  el número de monedas de \$100. Modele la situación anterior.

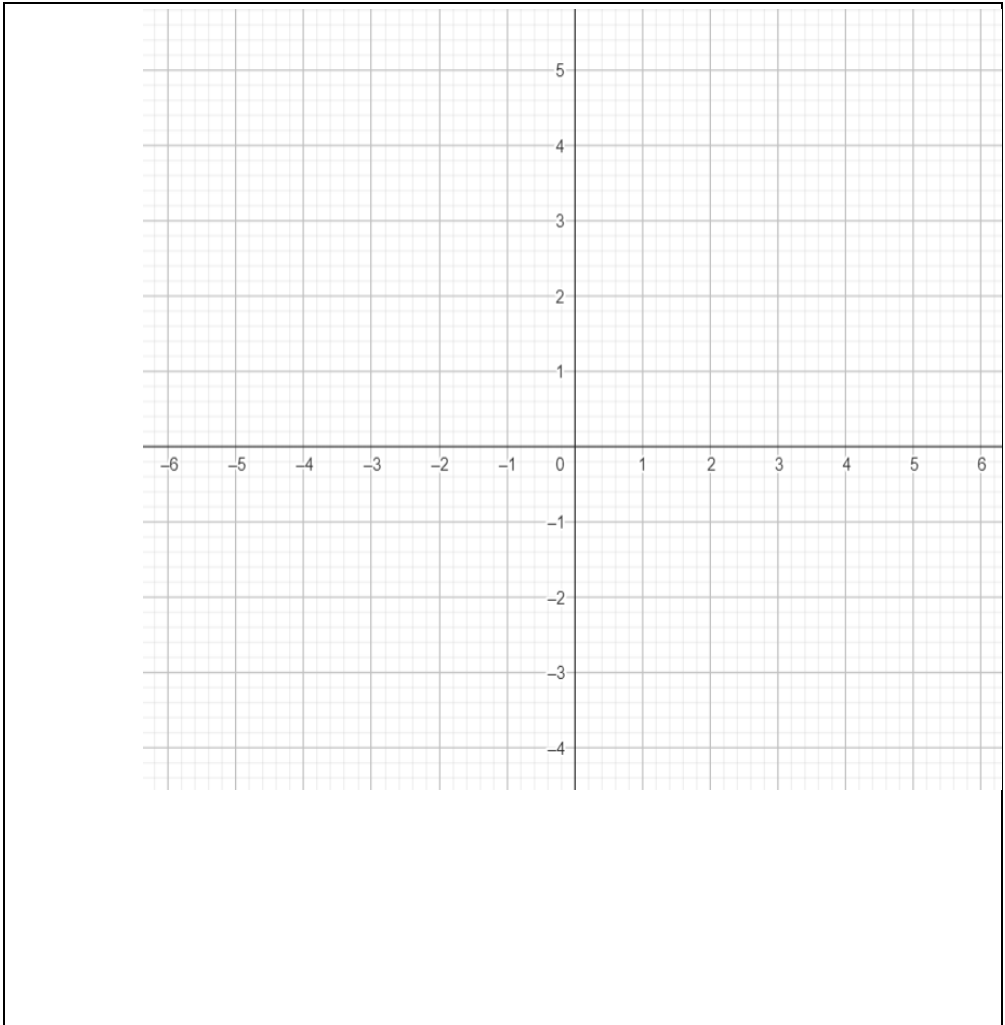
R:

- f) Según el modelo encontrado en la pregunta anterior, encuentra los valores de  $x$  e  $y$ .

R:

- g) Dadas las rectas  $L_1: 4 = 2x + y$ ,  $L_2: 4x - 2 = y$ , grafica e identifica el punto de intersección.

R:



h) ¿Qué relación puedes encontrar entre el punto de intersección determinado en la pregunta anterior, con la solución(es) del siguiente sistema:

$$4 = 2x + y$$

$$4x - 2 = y$$

R: