

DOI: <https://doi.org/10.32735/S2810-7187202400013185>

## IDONEIDAD DIDÁCTICA PARA ANALIZAR UNA SECUENCIA DE GEOMETRÍA

DIDACTIC SUITABILITY TO ANALYZE A GEOMETRY SEQUENCE

ADEQUAÇÃO DIDÁTICA PARA ANALISAR UMA SEQUÊNCIA GEOMETRIA

**Elvira Garcia Mora<sup>1</sup> • Francisco Javier Díez-Palomar<sup>2</sup>**

Recibido: Ago/01/2023 • Aceptado: Sep/25/2023 • Publicado: Mar/10/2024

### RESUMEN

La reflexión sobre la práctica docente permite relacionar las producciones de los alumnos con elementos de la secuencia didáctica. El constructo idoneidad didáctica del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) permite identificar con precisión los criterios susceptibles de mejora. El currículo mexicano plantea contenidos relacionados con el aprendizaje de la geometría enfocados en el dibujo geométrico en secundaria. El objetivo de esta comunicación es mostrar un procedimiento sistematizado para valorar las idoneidades parciales que integran la idoneidad didáctica por medio la identificación del nivel de cumplimiento de los indicadores de cada uno de los componentes. Los elementos para determinar el nivel de cumplimiento surgen tanto de la instrucción del profesor como de las producciones de los alumnos. Como resultado, el criterio menos desarrollado es el interaccional, aspecto no tenido en cuenta en la planificación de la actividad. Por otra parte, el uso de materiales manipulativos (instrumentos de dibujo geométrico), explica que el criterio mediacional tuviese el mayor nivel de cumplimiento. Se concluye que el uso del instrumento idoneidad didáctica permite que le docente pueda identificar cuáles son los indicadores ausentes para poder rediseñar la tarea de manera más coherente.

---

<sup>1</sup> Universitat de Barcelona, España; Facultat d'Educació; [elviragarciamora@ub.edu](mailto:elviragarciamora@ub.edu); <https://orcid.org/0000-0003-4125-0295>

<sup>2</sup> Universitat de Barcelona, España; Facultat d'Educació; [jdiezpalomar@ub.edu](mailto:jdiezpalomar@ub.edu); <https://orcid.org/0000-0003-4447-1595>

*Palabras clave:* idoneidad didáctica; análisis didáctico; formación docente; enfoque ontosemiótico.

### **ABSTRACT**

The reflection on the teaching practice allows relating the productions of the students with elements of the didactic sequence. The didactic suitability construct of the Onto-Semiotic Approach (OSA) makes it possible to accurately identify the criteria that can be improved. The Mexican curriculum raises content related to learning geometry focused on geometric drawing in secondary school. In order to evaluate in the same task all, the geometric drawing contents of a school cycle, a sequence of written instructions was carried out for the production of complex figures formed by simple figures. The six criteria of didactic suitability were assessed through the level of compliance with the component indicators. The elements to determine the level of compliance arise from both the teacher's instruction and the students' productions. As a result, the least developed criterion is the interactional one, an aspect not taken into account in the planning of the activity. On the other hand, the use of manipulative materials (geometric drawing instruments) explains why the mediational criterion had the highest level of compliance. It is concluded that the missing indicators guide the teacher to the redesign of the task in a more coherent way.

*Keywords:* didactical analysis; teacher training; ontosemitic approach; didactic suitability.

### **RESUMO**

A reflexão sobre a prática docente permite que os alunos relacionem suas produções com elementos da sequência didática. O construto de adequação didática da Abordagem Onto-Semiótica (EOS) permite a identificação precisa de critérios passíveis de melhoria. O currículo mexicano propõe conteúdos relacionados ao aprendizado da geometria com foco no desenho geométrico no ensino médio. O objetivo desta comunicação é apresentar um procedimento sistematizado para avaliar a adequação parcial que compõe a adequação didática, identificando o nível de cumprimento dos indicadores de cada um dos componentes. Os elementos para determinar o nível de conformidade surgem tanto da instrução do professor quanto das produções

dos alunos. Como resultado, o critério menos desenvolvido é o interacional, aspecto não levado em consideração no planejamento da atividade. Por outro lado, a utilização de materiais manipuláveis (instrumentos de desenho geométrico) explica que o critério mediacional teve o maior nível de conformidade. Conclui-se que a utilização do instrumento de adequação didática permite ao professor identificar quais indicadores faltam para redesenhar a tarefa de forma mais coerente.

*Palavras-chave:* análise didática; treinamento de professor; abordagem ontossemiótica; adequação didática.

## **INTRODUCCIÓN**

La investigación en la didáctica de las matemáticas sugiere el uso de secuencias didácticas para organizar la enseñanza de los contenidos curriculares. Shulman [1] presentó uno de los primeros modelos donde se relaciona la actuación del profesor con su conocimiento de los contenidos académicos y de la pedagogía. Después de su trabajo, otros autores han resaltado la necesidad de la formación pedagógica del profesorado [2-4]. Schön [5] destaca que los maestros y maestras deben ser profesionales con cierta capacidad reflexiva, capaces de analizar su práctica como competencia fundamental para su quehacer profesional. En estudios más recientes se están comenzando a combinar metodologías de desarrollo profesional docente que han tenido éxito en el pasado, como es el caso del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) y el lesson study [6]. En el caso de los profesores de matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), [7] se resaltan cuatro competencias clave que todo profesional de la educación debería tener: (1) competencia en el contenido del currículo y su aplicación, (2) competencia de desarrollo y planeación de secuencias didácticas, (3) competencia de gestión del aula relacionada con la implementación y desarrollo de las secuencias didácticas y (4) competencia de evaluación, interpretación y análisis de las producciones y actuaciones de los alumnos relacionadas con los contenidos matemáticos. Varios autores [8-10] afirman que los profesores de matemáticas deben ser capaces tanto de desarrollar secuencias didácticas, como de analizar su impacto, desde el punto de vista didáctico, para mejorar las oportunidades que tienen los estudiantes para aprender los contenidos de matemáticas que aparecen en el currículum.

Sin embargo, la experiencia sugiere que las secuencias didácticas que desarrollan los profesores de matemáticas a veces tienen éxito en su objetivo de promover los mejores aprendizajes, pero a veces fracasan en dicho propósito.

Para superar las dificultades cognitivas de los alumnos se requiere la modificación de las tareas por medio de ajustes que pueden llevar años [11]. Es posible agilizar esta labor al explorar diferentes niveles y fases de análisis didáctico, así como al aplicar herramientas para sistematizar la reflexión sobre lo vivido en el aula [12]. Lo anterior puede identificarse como la competencia de análisis didáctico, que se refleja en el desempeño de prácticas eficaces y el dominio sobre saberes matemáticos por parte del profesor [8]. Según Lupiáñez y Rico [13], este análisis didáctico debe ser un proceso sistemático cíclico de diseño-práctica-evaluación.

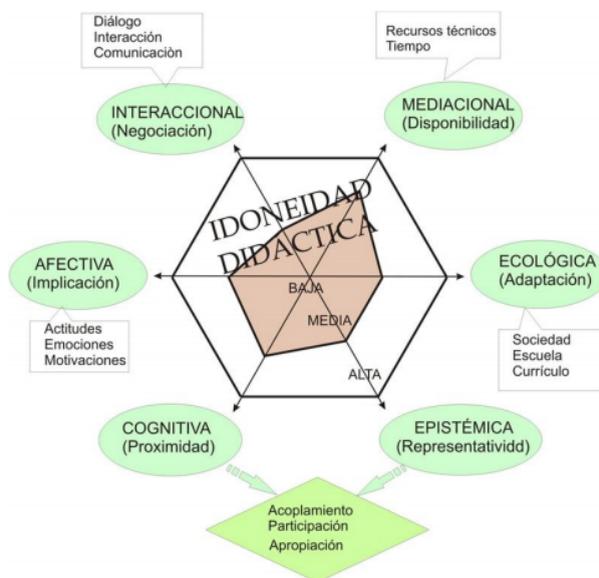
A partir de estos antecedentes, esta comunicación tiene como objetivo mostrar la utilidad de un constructo teórico que oriente al profesorado en activo o en formación para analizar y reflexionar sobre su propia práctica o la práctica de otros. Un fin derivado de este objetivo es la posibilidad de realizar rediseños de tareas para mejorarlas.

## MARCO TEÓRICO

En el área del conocimiento e instrucción de las matemáticas, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) ofrece modelos de carácter epistemológico, de cognición, instruccional y sistémico-ecológico en el contexto de la actividad matemática. El EOS es un sistema teórico inclusivo que integra elementos de diversos enfoques usados en la investigación en el ámbito de la didáctica de las matemáticas. Este sistema se basa en la Teoría de las Funciones Semióticas que contempla como uno de los niveles del análisis didáctico la valoración de lo que denomina idoneidad didáctica [12,14-18]. La idoneidad didáctica, constructo del EOS, se define como un marco teórico-metodológico que integra seis idoneidades parciales: (i) epistémica, (ii) cognitiva, (iii) interaccional, (iv) mediacional, (v) afectiva y (vi) ecológica. A través de la valoración de estas seis idoneidades parciales, el profesional puede analizar la idoneidad didáctica de una práctica concreta.

La representación gráfica de la *idoneidad didáctica* es una metáfora geométrica donde las seis idoneidades parciales son los vértices de un hexágono. Se puede considerar que cada una de estas idoneidades parciales puede adquirir un desempeño bajo, medio o alto. De esta forma, en el caso ideal que en

todas las idoneidades parciales tuviesen el máximo desempeño, el gráfico resultante sería un hexágono regular. Sin embargo, lo más habitual es que el desempeño en cada una de las idoneidades parciales sea desigual (i.e. puede ser el caso que una práctica tenga un nivel de desempeño alto para la idoneidad epistemológica, bajo en la interaccional, medio en la afectiva, etc.). El resultado de las variaciones en el nivel de desempeño se puede observar como un hexágono irregular [9,12,16-18]. A partir de la descripción que presenta Godino [17] es posible identificar los cuestionamientos que conducen al reconocimiento de los indicadores de los componentes de cada una de las seis idoneidades parciales de la *idoneidad didáctica* (Figura 1). Trabajos más recientes han servido para desglosar más las idoneidades parciales propuestas por Godino [17], añadiendo o quitando algunos de los componentes e indicadores originales [14,15].



**Figura 1.** Esquema de la idoneidad didáctica según Godino [17]

Fuente: elaborada por los autores

Partiendo de la relevancia de la actuación del docente e identificado el constructo para orientar la reflexión sobre ella, en este artículo centramos nuestra atención en los contenidos matemáticos de la ESO en el ámbito de la geometría. Para los alumnos entre 12 y 16 años se tiene contemplado como objeto de estudio los puntos, las líneas y las figuras planas [19-21], que además de ser auxiliares en la resolución de problemas [22,23] permiten hacer

una representación simplificada del mundo real [24,25]. El programa de estudio para el primer año de secundaria vigente entre 2011 y 2017 en México se organiza bajo un modelo curricular de tipo espiral [26]. Dentro del eje temático *Forma, Espacio y Medida* se plantea como aprendizaje esperado la construcción de “círculos y polígonos regulares que cumplan con ciertas condiciones establecidas.” Los contenidos correspondientes son: (a) triángulos y cuadriláteros, (b) alturas, medianas, mediatrices y bisectrices, (c) polígonos regulares y (d) circunferencias [21].

Las dificultades asociadas con el desarrollo de construcciones geométricas, así como las ideas asociadas con la asignación de orientaciones a figuras y la generalización de sus características, son barreras para en el aprendizaje de la geometría [22,27] que pueden presentarse en el primer curso de secundaria. Entre las recomendaciones para la didáctica de la geometría se menciona la importancia de una organización progresiva de los contenidos curriculares que parta de la construcción de formas [28], como lo presenta el currículo de la República Mexicana [21]. Así mismo, se sugiere el estudio de las propiedades topológicas, proyectivas y euclidianas de los elementos geométricos [29], que pueden ayudar a la visualización y a su vez al desarrollo del pensamiento geométrico [30,31], sin dejar de tener en cuenta la transposición didáctica debida a las adaptaciones que se realizan a los contenidos cuando se diseñan las secuencias didácticas centradas en los alumnos [32].

## MÉTODO

La investigación que se discute en este artículo proviene de un estudio de caso de tipo cualitativo [33,34] realizado por una profesora de educación secundaria. La profesora se desempeñó como titular de la asignatura de matemáticas por todo del periodo de educación secundaria, tres años según el currículum mexicano, con el mismo grupo-clase. Con el fin de evaluar en una misma tarea todos los contenidos de dibujo geométrico de un ciclo escolar, la profesora diseñó una tarea que consistía en el seguimiento individual de una secuencia de instrucciones escritas para la producción de figuras complejas formadas a partir de figuras simples. La implementación de esta tarea fue parte de las sesiones en el aula, pero para su complementación y cierre se requirió de sesiones extraordinarias fuera del horario de la asignatura.

La fase de análisis didáctico también fue desarrollada por la profesora en cuestión durante la fase inicial de sus estudios doctorales. En este artículo se presenta la versión más completa de este estudio introductorio.

## MUESTRA

La muestra de alumnos correspondió a dos grupos de primer grado de una escuela de secundaria mexicana. Se trata de una escuela privada, con una media de veinticinco alumnos por aula, con edades alrededor de los doce años. El centro está en un barrio de clase socioeconómica alta. Cada alumno cuenta con material propio y en buen estado para el desarrollo de un ejercicio de dibujo geométrico: escritorio pequeño con su respectiva silla, lápices de grafito de diferente dureza, lápices de colores, goma de borrar, regla, escuadra, cartabón, transportador, compás de precisión y calculadora. La selección del papel utilizado se realizó mediante la prueba de las marcas que los trazos de lápices de grafito de diferentes durezas producían sobre la superficie para la identificación de secuencias de dibujo geométrico. Se escogió el papel marquilla blanco de 130g/m<sup>2</sup> especial para dibujo artístico, ya que en él permanecían las marcas de los trazos del lápiz una vez borrados, para conservar la evidencia del proceso seguido por los estudiantes durante la resolución de las diferentes tareas presentadas.

## INSTRUMENTOS

Para la recogida de los datos, la profesora desarrolló una Hoja de Instrucciones con 35 instrucciones escritas. En dicho documento se presentó paso a paso la secuencia de dibujo geométrico para generar una figura compuesta por medio de la superposición, combinación o reiteración de la construcción de figuras simples (Tabla 1). Para cada uno de los 34 enunciados se emplearon tanto términos geométricos, para identificar las figuras a dibujar, como expresiones cuasi-formales, para expresar relaciones espaciales.

**Tabla 1.** *Hoja de Instrucciones*

---

<b>Hoja de instrucciones</b>
1. Identifica la esquina inferior izquierda de los márgenes como el punto O
2. Identifica el punto A sobre el segmento horizontal inferior, de manera que OA mida nueve centímetros
3. Traza un sector de una cuarta parte de circunferencia con radio OA y limitado por los márgenes horizontal inferior y vertical izquierdo
4. Identifica B en la intersección del segmento de circunferencia con el segmento de recta vertical izquierdo de los márgenes
5. Traza AB con tinta
6. Identifica la esquina superior derecha de los márgenes como O'

---

7. Identifica  $A'$  sobre el segmento horizontal superior de los márgenes, de manera que  $O'A'$  mida de siete centímetros
8. Traza un sector de una cuarta parte de circunferencia con radio  $O'A'$  y limitado por los márgenes horizontal superior y vertical derecho
9. Identifica  $B'$  en la intersección del segmento de circunferencia con centro en  $O'$  y el segmento vertical derecho de los márgenes
10. Obtén la bisectriz de  $AOB$
11. Identifica como  $C$  la intersección de la bisectriz con el sector circular con centro  $O$
12. Traza los segmentos  $AC$  y  $BC$  con tinta
13. Divide  $A'O'B'$  en tres ángulos de igual abertura y que compartan el vértice  $O'$
14. Identifica las intersecciones de los nuevos ángulos con el sector circular con las letras  $C'$  y  $D'$ , tal que  $C'$  sea vecino de  $A'$  y  $D'$  vecino a  $B'$
15. Traza los segmentos  $A'C'$  y  $D'B$
16. Traza un sector de circunferencia concéntrico al sector circular con radio  $OA$  que sea cinco centímetros mayor en radio
17. Identifica la intersección del sector circular anterior con el segmento horizontal inferior de los márgenes como  $D$
18. Identifica como  $E$  la intersección del sector circular anterior con el segmento vertical izquierdo de los márgenes
19. Obtén las mediatrices de  $BC$  y  $CA$
20. Prolonga  $OC$  cinco centímetros
21. Identifica como  $F$  la intersección del segmento  $OC$  prolongado con el sector circular
22. Identifica como  $G$  la intersección entre  $E$  y  $F$
23. Identifica como  $H$  la intersección entre  $F$  y  $D$
24. Traza  $EG$ ,  $GF$ ,  $FH$  y  $HD$
25. Traza un sector de circunferencia concéntrico al sector circular con radio  $O'A'$  que sea cinco centímetros mayores en radio
26. Identifica la intersección del sector circular anterior con el segmento horizontal superior de los márgenes con la letra  $E'$
27. Identifica como  $F'$  la intersección del sector circular anterior con el segmento vertical derecho de los márgenes
28. Prolonga  $O'C'$  y  $O'D'$  cinco centímetros
29. Identifica como  $G'$  y  $H'$  las intersecciones de las prolongaciones anteriores con el sector circular con radio  $O'E'$
30. Divide por la mitad los ángulos  $E'O'G'$ ,  $G'O'H'$  y  $H'O'F'$ , tal que se formen  $E'O'I'$ ,  $I'O'G'$ ,  $G'O'J'$ ,  $J'O'H'$ ,  $H'O'K'$  y  $K'O'F'$
31. Traza  $E'I'$ ,  $I'G'$ ,  $G'J'$ ,  $J'H'$ ,  $H'K'$  y  $K'F'$
32. Colorea las áreas:  $BCFGE$ ,  $OAC$ ,  $B'D'H'K'F'$ ,  $A'C'G'I'E'$  y  $C'D'O'$

Fuente: elaborada por los autores

Este instrumento fue sometido a un proceso de revisión y refinamiento para validar su viabilidad como instrumento de recogida de datos. Los ítems originales se revisaron con la colaboración de otro docente del mismo centro educativo, mediante la aplicación de la técnica Delphi (juicio de expertos), con la que se validó el contenido de dicha herramienta. Las modificaciones se introdujeron en la versión definitiva del instrumento, que fue el que se utilizó para recabar los datos obtenidos.

### PROCEDIMIENTO

Para recoger los datos, se diseñó una sesión de 45 minutos en la que se pidió a los estudiantes que respondieran a un reto que consiste en realizar los dibujos geométricos descritos en las 35 pautas de la Hoja de Instrucciones. Cada alumno disponía, además del material personal, de un escritorio individual y una silla. En cada escritorio se colocó una hoja de papel marquilla blanco medida A3. Después de la entrega de la Hoja de Instrucciones, cada alumno se concentró en el desarrollo del dibujo geométrico sin la intervención ni del profesor ni de otros compañeros. Se limitó la interacción entre los alumnos con la profesora para permitir que cada alumno expusiese sus propias habilidades.

Se esperaba que los alumnos realizasen un dibujo geométrico que requiriese el uso de toda la superficie del papel. La diferenciación de formas y regiones del plano se realizó con el uso de lápices de colores para resaltar zonas de acuerdo con la interpretación de términos geométricos orientados por medio de expresiones espaciales cuasi-formales para designar puntos, segmentos de recta y polígonos. La muestra de la construcción geométrica que se esperaba se observa en la Figura 2.

El análisis de la secuencia didáctica de dibujo geométrico se realizó usando los indicadores de las componentes de las seis idoneidades parciales del constructo idoneidad didáctica: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica [35]. Se usó una adaptación propia del modelo desarrollado por Breda, Font y Pino-Fan [14] y Breda, Font y Pino-Fan [15]. Se identificó el nivel de cumplimiento de cada una de las seis idoneidades parciales arriba mencionadas. Esta medición se representó gráficamente por medio de un hexágono [9,17]. Tal y como expone Godino [17], cada indicador abarca una variedad de componentes con los cuales se realiza la valoración de las tareas que se están observando.



**Figura 2.** Construcción geométrica de muestra producida por una alumna del primer curso de secundaria, dimensiones de la producción: DIN A3.

Fuente: propia de la investigación

Para el análisis didáctico que se presenta aquí, se consideró la descripción de Breda, Font y Pino-Fan [15], tal y como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Componentes de las idoneidades parciales de la idoneidad didáctica

<b>Idoneidad parcial</b>	<b>Componentes</b>
Idoneidad Epistémica	Errores
	Ambigüedades
	Riqueza de procesos
	Representatividad de la complejidad
Idoneidad Cognitiva	Conocimientos previos
	Adaptaciones curriculares diferenciadas
	Aprendizaje
Idoneidad Interaccional	Alta demanda cognitiva
	Interacción docente-discente
	Interacción entre alumnos
	Autonomía
Idoneidad Mediacional	Evaluación formativa
	Recursos materiales
	Número de alumnos, horario y condiciones del alumno
	Tiempo
Idoneidad Afectiva	Intereses y necesidades
	Actitudes
Idoneidad Ecológica	Emociones
	Adaptación al currículo

---

Conexiones inter e intra-disciplinares  
Adaptación socio-profesional y cultural  
Innovación didáctica

---

Fuente: adaptado de [15]

Para cuantificar los componentes de las seis idoneidades parciales mencionadas más arriba, se consideró a cada uno de ellos como una unidad de análisis subdividida entre el número de indicadores que lo integran. El valor porcentual asignado a cada una de las seis idoneidades parciales de la idoneidad didáctica se denomina Índice de Idoneidad Didáctica (IdID). Este porcentaje proviene del cálculo de la media aritmética de los niveles de cumplimiento de los indicadores que describen los componentes correspondientes a cada una de las seis idoneidades parciales del constructo Idoneidad Didáctica. En concordancia con los tres niveles de cumplimiento de marcados por Godino [17], los valores  $v$  asignados se clasifican en tres tipos: indicador cumplido (equivalente al nivel alto, indicado por Godino [17]), indicador parcialmente cumplido (equivalente al nivel medio, indicado por Godino [17]) e indicador no cumplido (equivalente al nivel bajo, indicado por Godino [17]). Los investigadores asignaron valores para cada indicador de manera autónoma, y luego se realizó un proceso de comparación para validar la fiabilidad de la asignación de esos valores. Se usó el juicio de expertos para desempatar en el caso que el valor asignado en cada caso no coincidiese. Lo anterior se expresa por medio de la *expresión 1*.

$$IdI = \frac{\sum_{i=1}^n v}{n} \times 100 \quad (1)$$

Donde:

$IdI$  = Índice de Idoneidad de la idoneidad parcial correspondiente, indicado como porcentaje

$v$  = valor de cumplimiento de cada indicador del componente

$v = 1$ , si el indicador se cumple

$v = 0.5$ , si el indicador se cumple parcialmente

$v = 0$ , si el indicador no se cumple

$n$  = número de indicadores del componente

Los porcentajes correspondientes a cada idoneidad parcial de la Idoneidad Didáctica se identifican con la nomenclatura correspondiente a las iniciales de cada uno de ellos. El listado de las nomenclaturas es el siguiente:

- IdIE = Índice de Idoneidad Epistémica
- IdIC = Índice de Idoneidad Cognitiva
- IdII = Índice de Idoneidad Interaccional
- IdIM = Índice de Idoneidad Mediacional
- IdIA = Índice de Idoneidad Afectiva
- IdIEc = Índice de Idoneidad Ecológica

Cada uno de los valores porcentuales de los índices corresponde a los datos reales de la secuencia didáctica analizada, es decir son la familia de índices que conforman la *idoneidad didáctica real* y ayudan a la ubicación de los vértices del hexágono que los representa. El caso óptimo (hexágono regular) corresponde al máximo valor porcentual (100%) que se le asigna a la *idoneidad didáctica teórica*.

## RESULTADOS

Breda, Font y Pino-Fan [14] definen la idoneidad epistémica como resultado de la combinación de cuatro componentes (ver Tabla 3). Tomando este modelo como referencia, al aplicar la metodología de análisis explicada en la sección anterior, se observa que a partir de las tareas realizadas por los estudiantes hay un Índice de Idoneidad Epistémica moderado ( $IdIEp = 45\%$ ). En lo que corresponde al profesor, los procedimientos son claros, se relacionan entre sí, y se adaptan al nivel académico. Pero en el análisis de las respuestas (las construcciones) de los estudiantes, se observan errores conceptuales, que sugieren niveles bajos desde el punto de vista del logro epistémico de la tarea propuesta.

**Tabla 3.** Valores de los indicadores ( $v$ ) de las componentes de la idoneidad epistémica

Componentes	Indicadores	$v$
Errores	¿Se controla que no existan prácticas matemáticamente incorrectas?	0
Ambigüedades	¿Las definiciones se expresan con claridad y correctamente y se adecúan al nivel académico?	0
	¿Los procedimientos se expresan con claridad y correctamente y se adecúan al nivel académico?	0,5
	¿Las explicaciones corresponden al nivel académico?	0

	¿Las comprobaciones corresponden al nivel académico?	1
	¿Las demostraciones corresponden al nivel académico?	0
	¿Está controlado el uso de metáforas?	0,5
Riqueza de procesos	¿Se contempla la modelización en la secuencia de tareas?	0
	¿Se contempla la argumentación en la secuencia de tareas?	0
	¿Se contempla la resolución de problemas en la secuencia de tareas?	0
	¿Se establecen conexiones en la secuencia de tareas?	1
Representatividad de la complejidad	¿Las definiciones son muestras representativas de la noción matemática en el currículo?	1
	¿Las propiedades son muestras representativas de la noción matemática en el currículo?	1
	¿Los procedimientos son muestras representativas de la noción matemática en el currículo?	0
	¿Las definiciones son muestras representativas de la noción matemática de lo que el profesor desea enseñar?	1
	¿Las propiedades son muestras representativas de la noción matemática de lo que el profesor desea enseñar?	1
	¿Los procedimientos son muestras representativas de la noción matemática de lo que el profesor desea enseñar?	1
	¿Se propone una muestra representativa de problemas?	0
	¿Se hace uso de representaciones verbales, gráficas y simbólicas?	1
	¿Se hace uso de diferentes tratamientos o conversiones?	0
Índice de Idoneidad Epistémica (IdIEp)		45%

Fuente: elaboración propia

El estado de cumplimiento de los componentes de la idoneidad cognitiva se presenta en la Tabla 4. De acuerdo con Breda, Font y Pino-Fan [14], la idoneidad cognitiva incluye los siguientes componentes: (a) conocimientos previos, (b) adaptaciones curriculares diferenciadas, (c) aprendizaje, y (d) alta demanda cognitiva. Para cada uno de ellos, los autores señalan una serie de indicadores, tal y como se muestra en la Tabla 4. En los resultados obtenidos

en el trabajo de campo realizado, el Índice de Idoneidad Cognitiva (IdIC = 50%) resalta porque se han tomado en cuenta conocimientos previos de los alumnos que permiten alcanzar el grado de complejidad de la tarea al realizar cambios en las representaciones y procesos tanto cognitivos como metacognitivos.

**Tabla 4.** Valores de los indicadores (*v*) de las componentes de idoneidad cognitiva

Componentes	Indicadores	<i>v</i>
Conocimientos previos	¿Los estudiantes tienen los conocimientos previos?	1
	¿Puede alcanzarse el nivel de complejidad de los contenidos?	1
Adaptaciones curriculares diferenciadas	¿Se incluyen actividades de desarrollo?	0
	¿Se incluyen actividades de apoyo?	0
Aprendizaje	¿Los métodos de evaluación demuestran los aprendizajes o las competencias implementadas?	1
Alta demanda cognitiva	¿Se ha activado la generalización como proceso cognitivo relevante?	0
	¿Se han activado la conexión intra-disciplinaria como proceso cognitivo relevante?	0
	¿Se han activado cambios de representaciones como proceso cognitivo relevante?	1
	¿Se ha activado la especulación como proceso cognitivo relevante?	0
	¿Se han promovido procesos de metacognición?	1
Índice de Idoneidad Cognitiva (IdIC) 50%		

Fuente: elaboración propia

Estos resultados sugieren que los estudiantes han sido capaces, por un lado, de usar sus conocimientos previos durante la realización de la tarea (con lo cual el planteamiento de dicha tarea ha potenciado la activación de esos conocimientos previos). Pero, por el otro, los datos también indican que la tarea ha planteado una situación que se podría calificar como de alta demanda cognitiva, puesto que ha colocado a los estudiantes ante una situación en la que tenían que establecer conexiones entre los conocimientos previos que ya tenían, para reconocer relaciones geométricas entre los diferentes componentes y pasos que aparecen en la Hoja de instrucciones.

La Tabla 5 muestra la descripción de los componentes de la idoneidad interaccional. Por las características del ejercicio, que se realizaba de manera individual sin la intervención del profesor, la interacción estuvo restringida o se anuló durante el desarrollo de la tarea. Sin embargo, se llevó a cabo una evaluación formativa del ejercicio en la que sí que se produjo interacción entre los participantes en la tarea. Todo el tiempo el alumno estuvo a cargo de su estudio (proceso que en la investigación previa se ha denominado *autoregulación* de los aprendizajes). En conjunto, el *Índice de Idoneidad Interaccional* (IdII  $\approx$  47%) fue moderado.

**Tabla 5.** Valores de los indicadores (*v*) de las componentes de idoneidad interaccional

Componentes	Indicadores	<i>v</i>
Interacción docente - docente	¿El profesor presenta el tema con claridad?	1
	¿El profesor presenta el tema bien organizado?	0
	¿El profesor realiza una presentación verbal del tema adecuada?	1
	¿El profesor enfatiza los conceptos clave del tema?	0
	¿El profesor identifica las expresiones físicas de los estudiantes cuando se encuentran ante un conflicto cognitivo (silencio, expresiones faciales, por ejemplo)?	0
	¿El profesor interpreta y resuelve preguntas que expresan conflictos cognitivos de los alumnos?	0
	¿El profesor conduce apropiadamente las contribuciones del grupo que expresan conflictos cognitivos de los alumnos?	0
	¿Se busca lograr un consenso por medio de la argumentación?	0
	¿Se utilizan recursos retóricos y racionales variados para involucrar a los estudiantes y captar su atención?	1
	¿Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase?	0
Interacción entre alumnos	¿Se promueve el diálogo y la comunicación entre los estudiantes?	0
	¿Se promueve la integración en grupos?	1
Autonomía	¿Existen momentos en los cuales los alumnos se hacen cargo de su estudio por medio de la exploración?	0

	¿Existen momentos en los cuales los alumnos se hacen cargo de su estudio por medio de la formulación?	1
Evaluación formativa	¿Existen momentos en los cuales los alumnos se hacen cargo de su estudio por medio de la validación?	1
Evaluación formativa	¿Se realiza una observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos?	0
Índice de Idoneidad Interaccional (IdII)		46,9%

Fuente: elaboración propia

En la tabla siguiente (la Tabla 6) se muestra el *índice de idoneidad mediacional* (IdIM  $\approx 87,5\%$ ). En este caso, debido al tipo de tarea, que requiere de materiales manipulativos, herramientas de dibujo geométrico y de medición, tenemos un caso ilustrativo de tarea que implica un alto nivel de IdIM, tal y como muestran, de hecho, los resultados obtenidos. Esto se debe a que se cumplieron con casi todos los indicadores que Breda, Pino-Fan y Font [14] definen para el caso de la IdIM. La excepción la encontramos en un par de indicadores, debido a la naturaleza escrita e individual del ejercicio: uso de tecnología y promover la argumentación.

**Tabla 6.** Valores de los indicadores ( $v$ ) de las componentes de idoneidad mediacional

Componentes	Indicadores	$v$
Recursos materiales	¿Se utilizan materiales manipulativos en condiciones que favorecen el lenguaje, los procedimientos y la argumentación?	1
	¿Se utilizan instrumentos de medición como regla o transportador en condiciones que favorecen el lenguaje, los procedimientos y la argumentación?	1
	¿Se utilizan instrumentos para el dibujo geométrico como regla, escuadra, cartabón o compás en condiciones que favorecen el lenguaje, los procedimientos y la argumentación?	1
	¿Se utiliza la calculadora en condiciones que favorecen el lenguaje, los procedimientos y la argumentación?	1
	¿Se utiliza la tecnología (ordenador o tableta) en condiciones que favorecen el lenguaje, los procedimientos y la argumentación?	0

	¿Las definiciones y propiedades se contextualizan y motivan por medio de situaciones concretas?	1
	¿Las definiciones y propiedades se contextualizan y motivan por medio de modelos?	0
	¿Las definiciones y propiedades se contextualizan y motivan por medio de visualizaciones?	1
Condiciones del grupo y del aula	¿El número de alumnos favorece la enseñanza?	1
	¿La distribución de los alumnos dentro del aula favorece la enseñanza?	1
	¿El horario de clase es apropiado (se evitan las últimas sesiones del día)?	1
	¿El aula es apropiada para el desarrollo del método instruccional?	1
	¿La distribución de los alumnos dentro del aula favorece el desarrollo del método instruccional?	1
Tiempo	¿El contenido de la secuencia didáctica se ha adaptado al horario de la sesión?	1
	¿Se dedica tiempo suficiente a los temas o aspectos central del tema?	1
	¿Se dedica tiempo suficiente a los tópicos de mayor dificultad?	1
Índice de Idoneidad Mediacional (IdIM) 87,5%		

Fuente: elaboración propia

Por lo que respecta a la idoneidad afectiva, que ha sido destacada como un aspecto clave en el aprendizaje de las matemáticas en la investigación que se lleva realizando en el ámbito de la educación matemática desde inicios de los años 1990s [36,37], los datos recogidos revelan que tiene un peso muy relevante en el desarrollo de la tarea presentada. El *índice de la idoneidad afectiva* es elevado (IdIA = 75%). De hecho, en la Tabla 7 se observa cómo la ausencia de argumentación afecta el componente actitudinal. Las tareas no lograron ser del interés de todos los alumnos ni permitieron identificar la utilidad de la materia.

**Tabla 7.** Valores de los indicadores ( $v$ ) de las componentes de idoneidad afectiva

Componentes	Indicadores	$v$
Intereses y necesidades	¿Las tareas seleccionadas son del interés de los alumnos?	1
	¿Los escenarios introducidos permiten a los estudiantes evaluar la utilidad de las matemáticas en situaciones cotidianas?	1
	¿Los escenarios introducidos permiten a los estudiantes evaluar la utilidad de las matemáticas en la vida profesional?	1
Actitudes	¿Se promueven valores como perseverancia, responsabilidad, entre otros?	1
	¿El razonamiento se realiza en un contexto igualitario?	0
	¿La argumentación se evalúa en sí misma sin juzgar a quien lo emite?	1
Emociones	¿Se promueve el desarrollo de la autoestima?	0
	¿Se evita el rechazo, la fobia o el miedo a las matemáticas?	1
	¿Se enfatizan las cualidades estéticas de las matemáticas?	1
	¿Se enfatiza la precisión de las matemáticas?	1
Índice de Idoneidad Afectiva (IdIA)		75%

Fuente: elaboración propia

Finalmente, en la Tabla 8 se presentan los indicadores de la idoneidad ecológica, que tiene que ver con los elementos propios del contexto en el que sucede la tarea, y que de alguna manera pueden afectar al desempeño de los estudiantes, según sobre todo la investigación que se ha realizado en los enfoques de carácter más socio-cultural. El valor del *Índice de Idoneidad Ecológica* (IdIE = 64%) se vio afectado por la nula conexión del ejercicio con otros temas de la materia y con otras materias del grado, así como por la falta de uso de recursos tecnológicos.

**Tabla 8.** Valores de los indicadores ( $v$ ) de las componentes de idoneidad ecológica

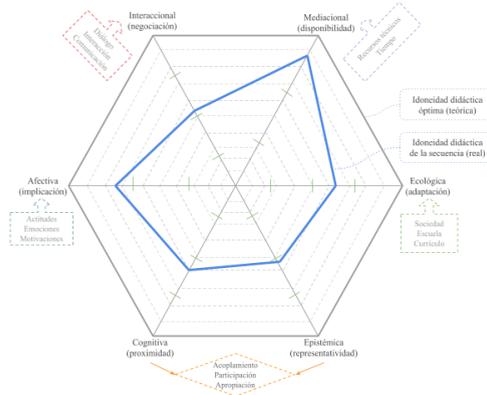
Componentes	Indicadores	$v$
Adaptación al currículo	¿El contenido corresponde al plan curricular?	1
	¿La implementación del contenido corresponde al plan curricular?	1
	¿La evaluación del contenido corresponde al plan curricular?	1

Conexiones intra e interdisciplinarias	¿El contenido se relaciona con otros temas de las matemáticas del mismo nivel académico del currículo?	0
	¿El contenido se relaciona con temas de las matemáticas fuera del currículo?	0
	¿El contenido se relaciona con temas de disciplinas ajenas a las matemáticas del mismo nivel académico?	0
Adaptación socio - profesional y cultural	¿El contenido es útil para la orientación socio-profesional de los alumnos?	1
Innovación didáctica	¿Se incorpora nuevo contenido con base en la investigación reflexiva o la práctica?	1
	¿Se introducen recursos tecnológicos con base en la investigación reflexiva o la práctica?	0
	¿Se aplican nuevos métodos de evaluación con base en la investigación reflexiva o la práctica?	1
	¿Se modifica la organización del aula con base en la investigación reflexiva o la práctica?	1
Índice de Idoneidad Ecológica (IdIE) 63,6%		

Fuente: elaboración propia

Los valores porcentuales dados por los seis *Índices de Idoneidad Didáctica* permiten cuantificar en términos generales la idoneidad didáctica de la secuencia. En la Figura 3 se observa la representación de la valoración de la idoneidad didáctica por medio de un diagrama hexagonal [17,18]. La irregularidad del polígono generado es un indicativo de las idoneidades parciales para las cuales algunos de los indicadores de sus componentes no estuvieron presentes en la secuencia didáctica. La identificación visual de los componentes que están ausentes (o con baja presencia) permite al profesional (maestro de matemáticas) considerarlos en futuras etapas de rediseño de la tarea.

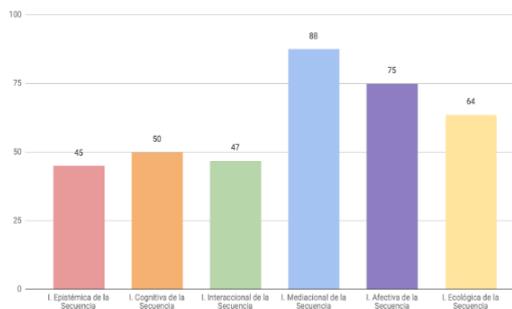
En este caso, tal y como se puede observar en la Figura 3, la tarea propuesta muestra resultados elevados desde el punto de vista de los recursos utilizados (idoneidad mediacional) y por lo que respecta a la implicación de los estudiantes (idoneidad afectiva). Sin embargo, este hexágono irregular sugiere que ni el contenido matemático, ni la idoneidad cognitiva, ni la interacción, son elementos que se han logrado alcanzar con esta tarea.



**Figura 3.** Esquema de idoneidad didáctica  
Fuente: elaboración propia basada en [14] y [17]

En el caso de la idoneidad interaccional, el resultado es el esperado, dado que la tarea se presenta como un ejercicio de carácter individual. Sin embargo, el hecho que las idoneidades parciales cognitiva y epistémica, no tengan un peso relevante, sí que es un resultado importante para la profesora, puesto que sugiere que, por un lado, los estudiantes no son capaces de identificar o reconocer los conceptos geométricos que están presentes implícitamente en la tarea (idoneidad epistémica), y por otro lado, el planteamiento de la propia tarea no es capaz de generar espacio suficiente para que los estudiantes sean capaces de realizar conexiones significativas en torno a los conceptos geométricos mencionados más arriba.

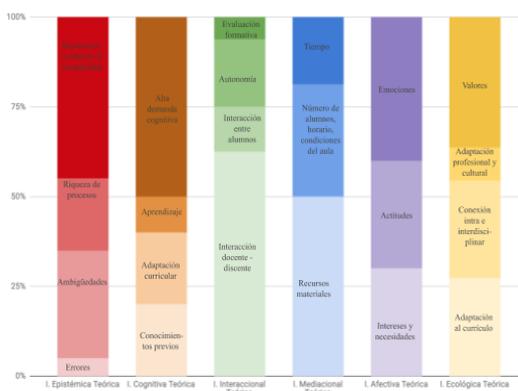
Para profundizar más aún en el análisis de estas seis idoneidades parciales de la tarea propuesta, en el Figura 4 se presenta una gráfica de barras.



**Figura 4.** Idoneidades parciales de la Idoneidad Didáctica de la Secuencia (expresada en puntos porcentuales)

Fuente: elaboración propia

La Figura 4 permite comparar el nivel de cumplimiento de las idoneidades parciales. Para obtener el detalle sobre los indicadores presentes en cada idoneidad parcial se ha tenido en cuenta que cada componente varía en número de indicadores. Por ejemplo, el componente de errores de la idoneidad epistémica contempla un solo indicador, mientras que el componente de ambigüedades está conformado por seis indicadores (Tabla 2). Estas diferencias en el número de indicadores también inciden en el nivel de cumplimiento de un componente porque en algunos casos representa la realización de un mayor número de estrategias en otros casos. Tal diferenciación del número indicadores que integran cada componente de una de las idoneidades parciales se muestra en la Figura 5.



**Figura 5.** Componentes e Indicadores de la Idoneidad Didáctica y de la Idoneidad Didáctica de la Secuencia

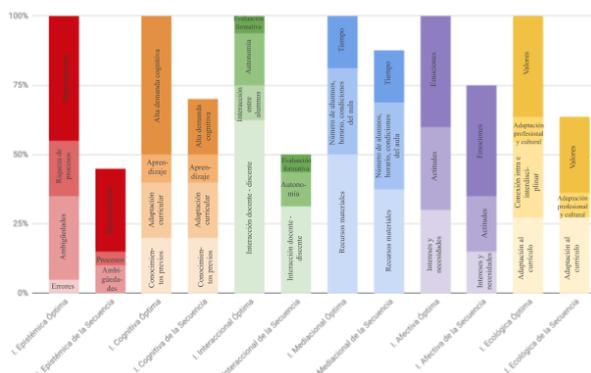
Fuente: Elaboración propia

En esta figura, cada una de las barras corresponde a una de las seis idoneidades parciales de la idoneidad didáctica. En cada idoneidad parcial, los diferentes componentes están considerados según el número de indicadores que tienen, de acuerdo con Breda, Pino-Fan y Font [14], y Breda, Font y Pino-Fan [15]. Así, por ejemplo, en el caso de la idoneidad epistémica teórica, encontramos cuatro componentes (representatividad de la complejidad, riqueza de procesos, ambigüedades y errores). En el componente representatividad de la complejidad aparecen nueve indicadores (ver Tabla 3), mientras, que, por ejemplo, en el componente errores solo aparece uno (¿Se controla que no existan prácticas matemáticamente incorrectas?). La distinta distribución de los

componentes en cada una de las barras es resultado de la distribución porcentual de los indicadores sobre los componentes. El resultado es la Figura 5, que da una idea de cómo debería ser la distribución teórica de las diferentes idoneidades parciales de la idoneidad didáctica.

Tomando la gráfica de la Figura 5 como punto de referencia (como “unidad de medida”), en la Figura 6 se muestra la gráfica real resultado del análisis de los datos recogidos. Para cada una de las idoneidades parciales, se muestran dos barras (la teórica, y la real). De esta manera, se identifican para cada idoneidad parcial los componentes afectados con la secuencia didáctica diseñada. Se observa que, para la idoneidad epistémica la componente de Errores no se ha cumplido, tal y como se desprende de la Tabla 3. También muestra el logro parcial de los componentes de las Ambigüedades y de Riqueza de Procesos porque tienen menos indicadores cumplidos que en el caso del componente Representatividad de la complejidad. En la idoneidad cognitiva se puede observar que, de los cuatro componentes, el que tiene una presencia significativamente menor es el que corresponde con Alta demanda cognitiva. Eso indica que la tarea, que en el diseño se pensó que implicaría una cierta demanda cognitiva de los estudiantes, al esperarse que iban a realizar conexiones entre objetos geométricos y sus relaciones, implícito en la tarea, finalmente no se ha producido.

En el caso de la idoneidad interaccional, el componente de Interacción entre alumnos ha desaparecido, cosa que en este caso sí que era totalmente esperable, puesto que la tarea estaba diseñada para ser un trabajo individual, no grupal. En cambio, sí que vemos que aparece el componente Autonomía de manera similar a lo que cabría esperar teóricamente. Esto indica que esta tarea en principio, sí que promueve la autorregulación del aprendizaje por parte del estudiante. De la misma manera, la idoneidad mediacional también aparece casi perfectamente representada, dada la naturaleza de la tarea diseñada. No se puede afirmar lo mismo ni en el caso de la idoneidad afectiva, ni para el caso de la idoneidad ecológica. En el primero, los Intereses y necesidades aparecen claramente por debajo de lo que teóricamente cabría esperar, tal y como la Tabla 7 había mostrado (más arriba). En el caso de la idoneidad ecológica, sucede algo similar, pero por lo que se refiere al componente Conexión intra e interdisciplinar, que no existe. Ambos aspectos denotan elementos a partir de los que mejorar la tarea en el futuro.



**Figura 6.** Componentes e Indicadores de la Idoneidad Didáctica Óptima y de la Idoneidad Didáctica de la Secuencia

Fuente: Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

En trabajos previos, Breda, Font y Pino-Fan [14,15] han presentado y validado el constructo del EOS, la *idoneidad didáctica*, como una herramienta destinada a los profesores de matemáticas que les permite no solo desarrollar su competencia de análisis didáctico, sino llevarla a cabo de manera efectiva, en situaciones de aula o de diseño de tareas reales. Sin embargo, en esos trabajos no se explicita un sistema de medición de las seis idoneidades parciales del constructo didáctico que proponen (la idoneidad didáctica), por lo que las valoraciones no se detallan ni quedan definidas de manera precisa.

En este artículo mostramos un uso concreto de dicho constructo didáctico, basado en el uso de porcentajes, tanto en tablas como en gráficos que permiten que el maestro de matemáticas pueda visualizar rápidamente el estado de cumplimiento (o no) de las seis idoneidades parciales de la *idoneidad didáctica*, a fin de que se convierta en una herramienta útil para el docente. Al asignar valores porcentuales a cada idoneidad parcial, a manera de índice, se pretende enfatizar las diferencias del nivel de cumplimiento de los indicadores que concretizan los componentes de las idoneidades parciales.

En lo que respecta al análisis presentado en esta comunicación, los valores numéricos representaron el dato utilizado para centrar la atención de la profesora en los aspectos de la tarea de dibujo geométrico en los cuales se ha de reflexionar. Los valores porcentuales bajos de una idoneidad parcial indican un déficit en el cumplimiento de los criterios normativos del constructo

de *idoneidad didáctica* para una clase de matemáticas, por lo cual estos valores señalan las idoneidades parciales que requieren mayor o menor esfuerzo por parte del profesorado para su mejoramiento en una etapa de rediseño de la tarea o en el planteamiento de tareas complementarias que permitan alcanzar los objetivos de aprendizaje planteados en la tarea analizada. Por ejemplo, el logro del valor porcentual máximo para el *Índice de Idoneidad Interaccional* requiere el cumplimiento de dieciséis indicadores (Tabla 5), mientras que el *Índice de Idoneidad Afectiva* solamente ha sumado diez indicadores (Tabla 7). En el gráfico comparativo - descriptivo de los Componentes e Indicadores de la *idoneidad didáctica* de la Figura 5 se busca integrar la diferencia de esfuerzos de cada componente de las seis idoneidades parciales a la analogía del hexágono regular [17], es decir, que para el logro íntegro de seis idoneidades parciales requiere individualmente el cumplimiento de diferentes componentes que a su vez se definen con un número también diferente de indicadores.

En lo que corresponde a la información útil para el rediseño de la secuencia didáctica, el gráfico comparativo - descriptivo de los Componentes e Indicadores de la *Idoneidad Didáctica Óptima* (o teórica) y de la *Idoneidad Didáctica de la Secuencia* (o real) de la Figura 6 permite identificar con detalle los componentes omitidos. Con estos datos, es posible remitirse nuevamente a las tablas para identificar los indicadores que llevaron a la pérdida de componentes como el control de prácticas matemáticamente correctas (Idoneidad Epistémica), la adaptación curricular (Idoneidad Cognitiva), la interacción entre alumnos (Idoneidad Interaccional) o el establecimiento de conexiones inter e intra-disciplinares (Idoneidad Ecológica). También es visible el cumplimiento parcial de la atención de componentes como las Ambigüedades, la Riqueza de Procesos (Idoneidad Epistémica) o la Interacción Docente - Discente (Idoneidad Interaccional). Pero también es identificable el cumplimiento de componentes como los Conocimientos Previos y el Aprendizaje (Idoneidad Cognitiva), la Autonomía y la Evaluación Formativa (Idoneidad Interaccional), el Tiempo y la Normativa dentro del aula (Idoneidad Mediacional), las Emociones (Idoneidad Afectiva), la Adaptación al currículo, la Adaptación socio-profesional y cultural y la Innovación didáctica (Idoneidad Ecológica).

De esta manera, el Enfoque Onto-Semiótico proporciona un recurso útil en cuanto al análisis didáctico que permite identificar los elementos para el rediseño de una secuencia didáctica bajo el siguiente criterio: (a) incorporar todos aquellos componentes que se omitieron, es decir aquellos que no son

visibles en el gráfico comparativo-descriptivo (Figura 6); (b) verificar los indicadores de aquellos componentes parcialmente cumplidos, que se identifican por ser barras de menor altura que los idóneos en el gráfico de la Figura 6; y finalmente (c) cuidar que durante el rediseño de la secuencia didáctica se mantengan las prácticas con las cuales se logró dar cumplimiento a los indicadores con iguales áreas en el gráfico comparativo-descriptivo (Figura 6).

## **LIMITACIONES DEL ESTUDIO**

En el estudio de caso que se presenta en esta comunicación refleja la interpretación que la profesora realizó al momento de enfrentarse a herramientas de reflexión sobre la propia práctica. Los autores reconocemos las ventajas que ofrece el análisis cualitativo, pero consideramos que un análisis cuantitativo como el que se ha presentado aquí puede ser un punto de partida para el desarrollo de un análisis cualitativo profundo.

La idoneidad didáctica desarrollada en el marco del EOS ha demostrado ya ser un constructo útil y valioso para el diseño y rediseño de tareas matemáticas. Estudios realizados en diversos contextos sugieren que esta herramienta, que resulta del consenso entre investigadores y profesionales de la enseñanza de la matemática (principalmente profesorado, pero también otros profesionales que participan en la docencia de la matemática), sirve para analizar, identificar y corregir (en el caso de que sea necesario) los diseños didácticos para enseñar un objeto matemático o sus propiedades. En este estudio hemos tratado de refinar aún más dicha herramienta, proponiendo una forma de cuantificar la metáfora inicial del “hexágono” con la que se describía el constructo de “criterios de idoneidad didáctica” en su planteamiento original. Los datos que se ofrecen en este artículo son sólidos, pero tienen la limitación que corresponden al análisis en profundidad de un único caso. En el futuro se tendría que validar estos instrumentos en otros contextos (programas de formación del profesorado en diferentes países, por ejemplo). Se trata de una línea de trabajo prometedora, que puede contribuir a la universalización de este constructo.

## **AGRADECIMIENTOS**

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos de investigación: PID2021-127104NB-I00, PID2019-104964GB-I00 and PGC2018-098603-B-I00 (MICINN).

## REFERENCIAS

1. Shulman, LS. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*. 1986; 57(1): 1–23.
2. Arias M, Gómez P. Realimentación y comentarios escritos de tutores: ¿Cómo los entienden los profesores de matemáticas en formación? *REDIMAT Journal of Research in Mathematics Education*. 2019; 8(1): 30–52. <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2019.2847>
3. Da Ponte JP, Chapman O. Mathematics teachers' knowledge and practices. En: Gutiérrez A, Boero P, editores. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers; 2006. pp. 461–494. [https://doi.org/10.1163/9789087901127\\_017](https://doi.org/10.1163/9789087901127_017)
4. Hill HC, Schilling, SG, Ball DL. Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The elementary school journal*. 2004; 105(1): 11–30. <https://doi.org/10.1086/428763>
5. Schön DA. *La formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: Paidós; 1992.
6. Hummes VB, Breda A, Seckel MJ. Idoneidad didáctica en la reflexión de profesores: Análisis de una experiencia de estudio de clases. En: *Investigación en Educación Matemática XXIII*; Valladolid, España. Valladolid: SEIEM; 2019.
7. Font V. Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 2011; 7(26): 9–25. <http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/924>
8. Pochulu M, Font V, Rodríguez M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *RELIME*. 2016; 19(1): 71–98. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1913>
9. Godino JD. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 2009; 5(20): 13–31. <http://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1063>
10. Carrillo J, Climent N, Gorgorió N, Prat M, Rojas F. Análisis de secuencias de aprendizaje matemático. *Enseñanza de las Ciencias*. 2008; 26(1): 67–76.
11. Artigue, M. (2002). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. En: Biehler R, Scholz RW, Strässer R, Winkelmann B, editores. *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers; 2002. pp. 27–40.

12. Godino JD, Font V, Wilhelmi MR. Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*. 2008; 38: 25–48.
13. Lupiáñez JL, Rico L. Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*. 2008; 3(1): 35–48.
14. Breda A, Font V, Pino-Fan, LR. Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*. 2017; 13(6): 1893–1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
15. Breda A, Font V, Pino-Fan LR. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*. 2018; 32(60): 255–278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
16. Godino JD. Análisis de Procesos de Instrucción Basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 2006; 26(1): 39–88.
17. Godino JD. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 2013; 8(11): 111–132.
18. Font V, Planas N, Godino JD. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*. 2010; 33(1): 89–105.
19. Chazan D, Yerushalmy M. Charting a course for secondary geometry. En: Lehrer R, Chazan D, editores. *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 1998. pp. 67–90.
20. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Real Decreto 1105/2014. *Boletín Oficial del Estado*. 2015; (3):169–546.
21. Secretaría de Educación Pública. Programas de Estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. Dirección General de Desarrollo Curricular, Dirección General de Formación Continua de Maestro en Servicio. Subsecretaría de Educación Básica. Secretaría de Educación Pública: México; 2011.
22. Schoenfeld AH. Expert and Novice Mathematical Problem Solving. Final Project Report and Appendices B-H. Washington, D.C.: National Science Foundation; 1982.
23. Berthelot R. L'enseignement de la geometrie a l'école primaire. *Grand N*. 1994; (53): 39–56.

24. Clements DH, Battista MT. Geometry and Spatial Reasoning. En: Grouw DA, editor. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan; 1992. pp. 420–464.
25. Herbst P, Fujita T, Halverscheid S, Weiss M. The Learning and Teaching of Geometry in Secondary Schools, A Modeling Perspective. New York: Routledge; 2017.
26. Bruner J. Celebrating divergence: Piaget and Vygotsky. Human Development. 1997; 40(2): 63–73.
27. Clements DH, Battista MT. Constructivist Learning and Teaching. The Arithmetic Teacher. 1990; 38(1): 34–35.
28. Houdement C, Kuzniak A. Geometrie et paradigmes geometriques. Petit x. 1999; (51): 5–21.
29. Godino JD, Ruíz F. Geometría y su Didáctica para Maestros. Granada: Universidad de Granada; 2003.
30. Bishop AJ. A Review of Research on Visualization in Mathematics Education. Proceedings of the 12th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Veszprem: PME; 1988.
31. Jones K. Geometrical reasoning. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. 1995; 15(3): 43–47.
32. Balacheff N. La transposition informatique, un nouveau problème pour la didactique. En: Artique M, Gras R, Laborde C, Tavinot P, Balacheff N, editores. Colloque “Vingt ans de didactique des mathématiques en France”. Paris, Francia: 1993. pp. 15–17.
33. Stake RE. Investigación con Estudios de Casos. Madrid: Morata; 1998.
34. Flick U, von Kardoff E, Steinke I. A Companion to Qualitative Research. New York: Sage; 2004.
35. Godino JD, Batanero C, Font V. The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. ZDM Mathematics Education. 2007; 39(1-2): 127–135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
36. McLeod DB. Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En: Grouws DA, editor. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: NCTM; 1992. pp. 575–596.
37. Gómez-Chacón IM. Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. En: Moreno MM, Estrada A, Carrillo J, Sierra TA, editores. Investigación en Educación Matemática XIV. Lleida: SEIEM; 2010. pp. 121–140.